

## Знакомство с МКЭ подсистемой СтадиКон (СДК)

### Одномерное распространение волн



## **Содержание**

Содержание .....	2
1.    Описание задачи .....	3
2.    Конечно-элементный FEA-проект (Модель А).....	4
2.1. Геометрия .....	4
2.2. Материал .....	8
2.3. Установка связей.....	9
2.4. Нагружение .....	11
2.5. Проверочный расчет.....	13
2.6. Динамический расчет.....	15
3.    Модель Б .....	23
4.    Анализ результатов.....	31

## 1. Описание задачи

В этом документе описан пример, который был использован для проверки правильности расчёта одномерного распространения волн в СтаДиКон.

Для моделирования одномерного распространения волн используется столб грунта длиной и шириной 0.25 м, и высотой 10 м.

К верхней границе модели прикладывается некоторая нагрузка, которая соответствует вертикальному смещению грани вниз на 1 мм.

Свойства материала:

- модуль упругости  $E = 18000 \text{ кН/м}^2$
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0.2$
- плотность  $\rho = 19.62 \text{ кН/м}^3 \approx 2.00068 \text{ т/м}^3$

Будут рассматриваться два варианта граничных условий на нижней грани:

- Жесткая заделка, отражающая волны (А).
- Поглощающее граничное условие (Б).

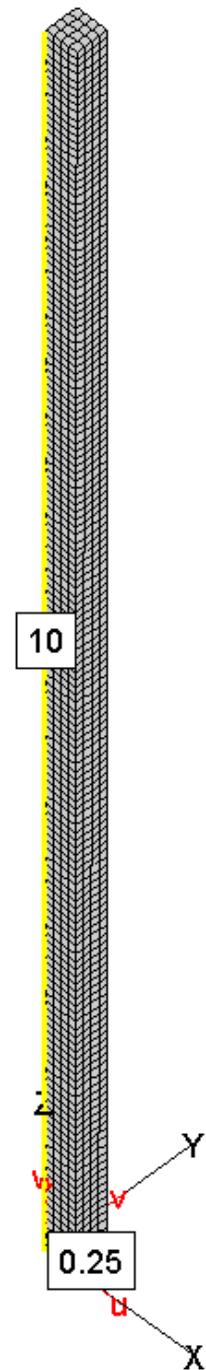
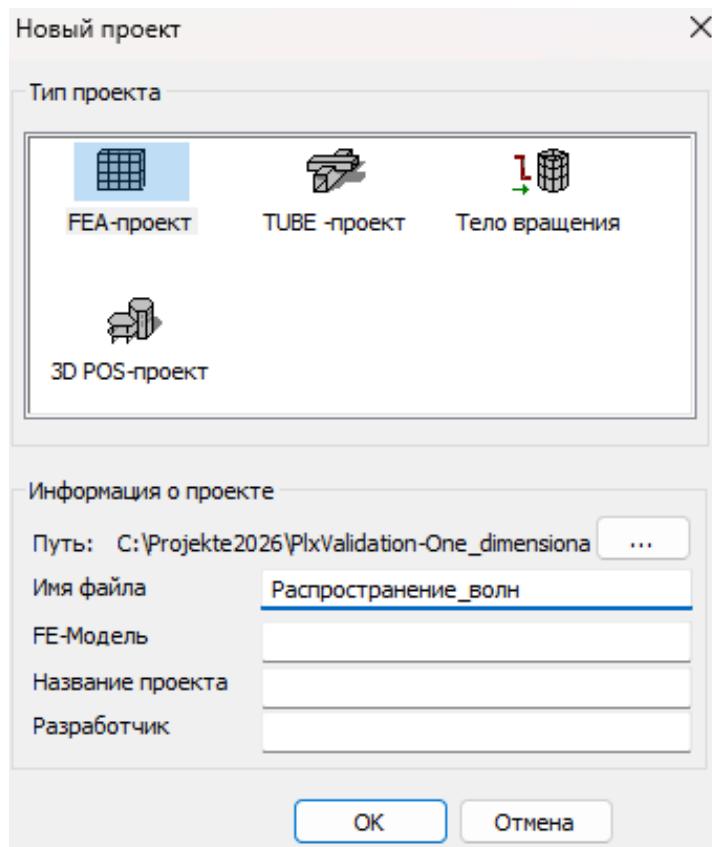


Рис. 1.1 – Схема модели.

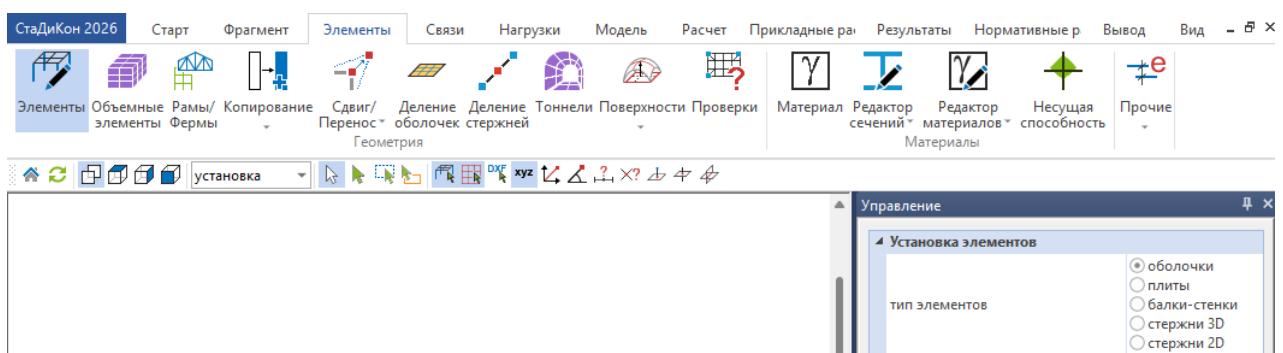
## 2. Конечно-элементный FEA-проект (Модель А)

Создаем новый проект. Выбираем тип проекта «FEA-проект».



### 2.1. Геометрия

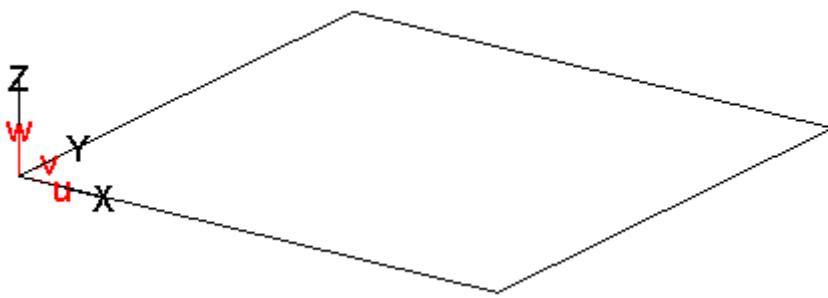
Переходим на вкладку «Элементы» и выбираем «Элементы». Тип элементов «оболочки».



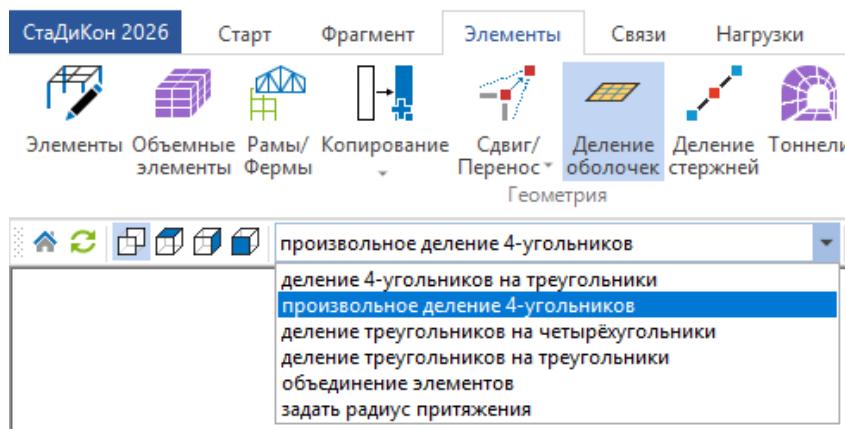
Задаем по координатам нижнюю грань.

Координаты	Координаты	Координаты	Координаты
X 0	X 0.25	X 0.25	X 0
Y 0	Y 0	Y 0.25	Y 0.25
Z 0	Z 0	Z 0	Z 0

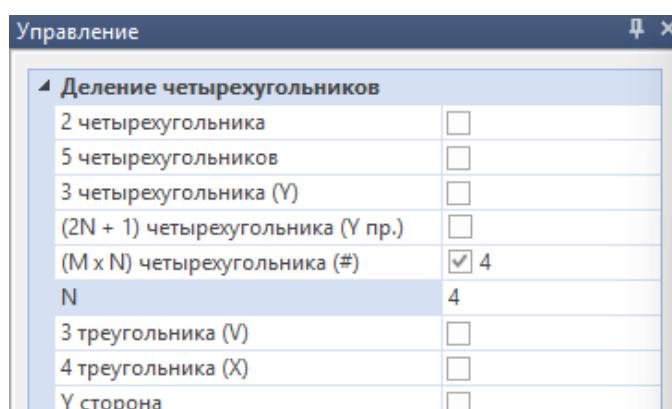
OK    Отмена    >>    OK    Отмена    >>    OK    Отмена    >>    OK    Отмена    >>



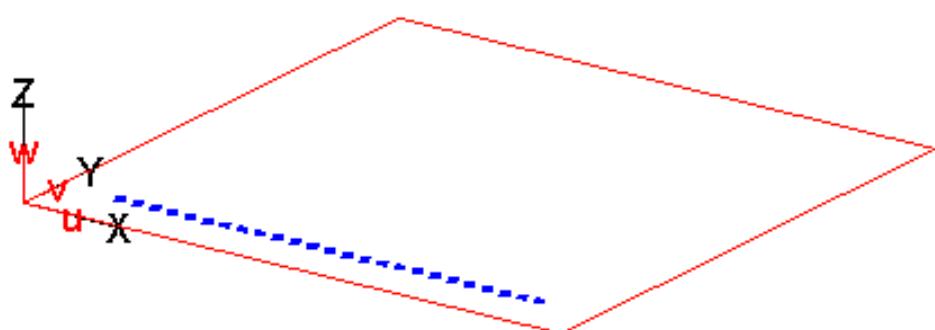
Далее разобьем оболочку. Для этого выбираем «**Деление оболочек**» и переключаем на «*произвольное деление 4-угольников*».



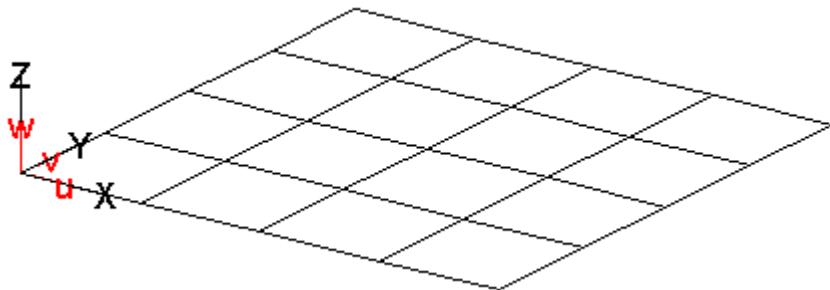
В окне «*Управление*» устанавливаем вид деления «*(M x N) четырехугольника (#)*» и задаем значения  $M$  и  $N = 4$ .



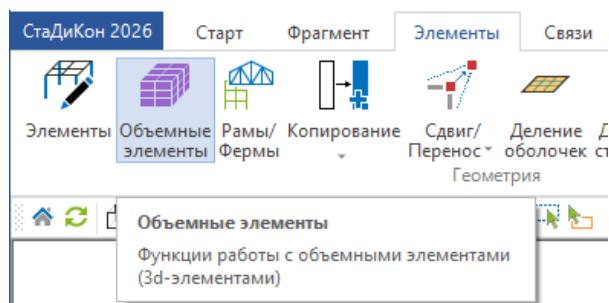
Далее нажатием ЛКМ выбираем оболочку.



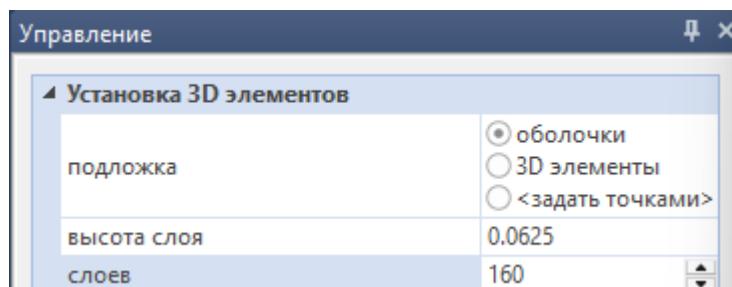
И подтверждаем деление нажатием ПКМ.



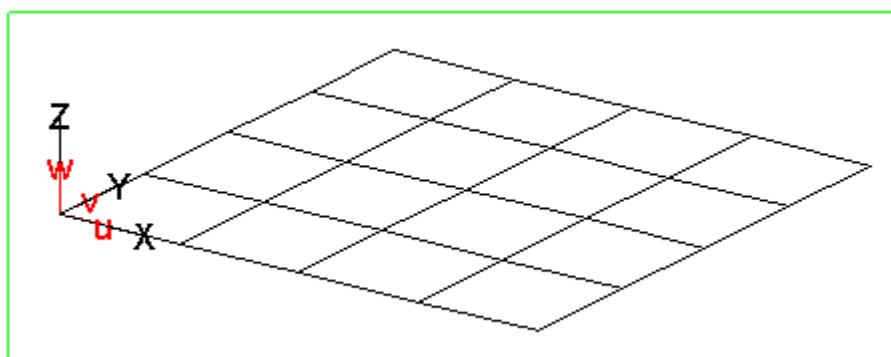
Теперь перейдем к созданию объемных элементов. Для этого на вкладке «Элементы» выбираем «Объемные элементы».



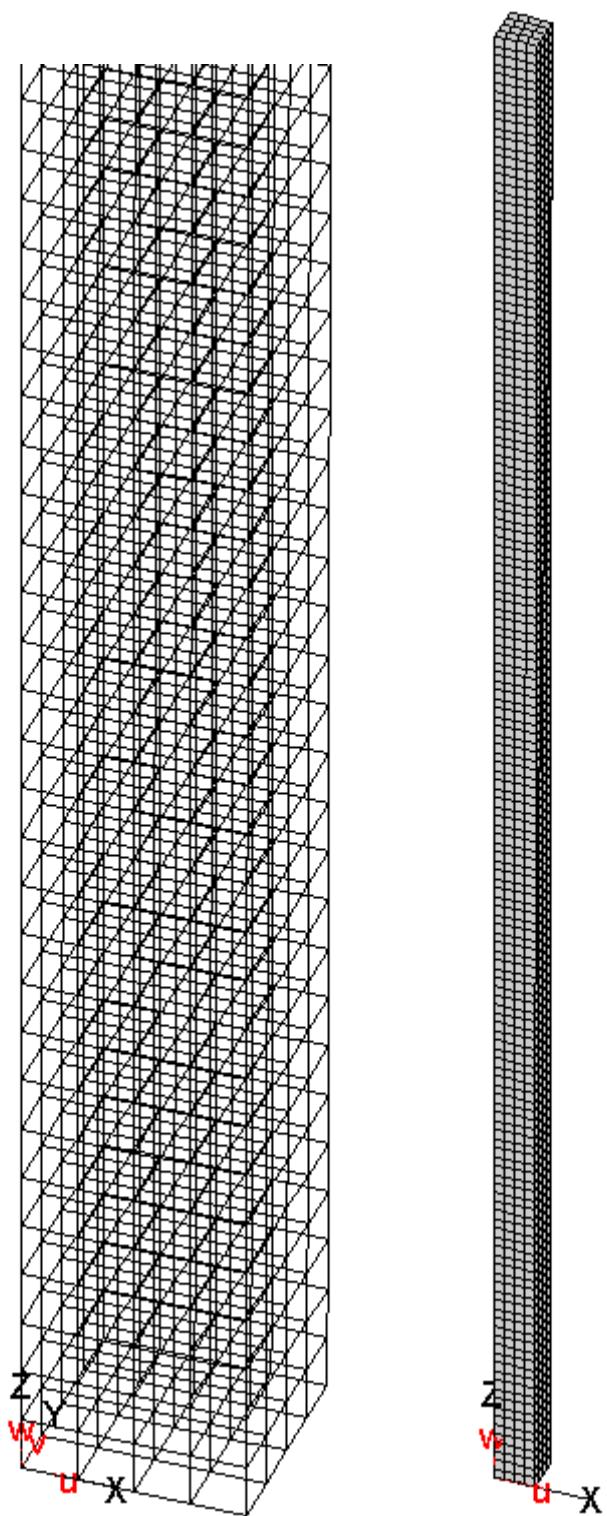
В качестве подложки выбираем «оболочки» и установим высоту и число слоев характерные итоговой высоте 10м.



Далее групповым выбором выделяем все элементы.



И получаем уже объемную схему.

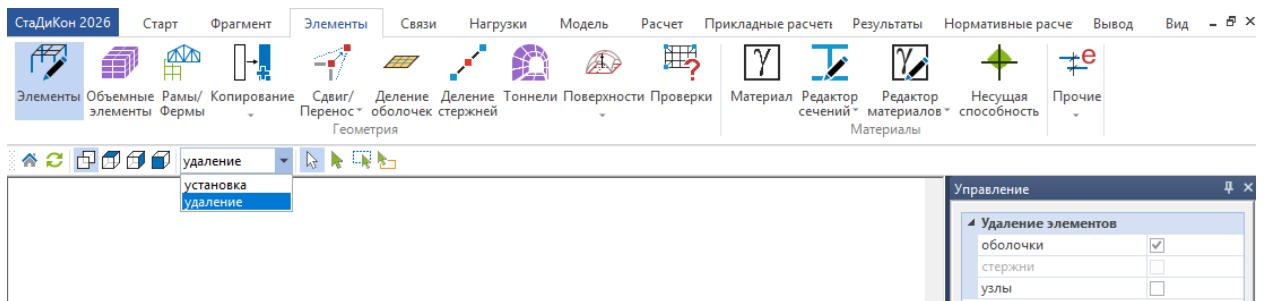


Для более удобного отображения на вкладке «Вид» можно включить отображение «покрытие».

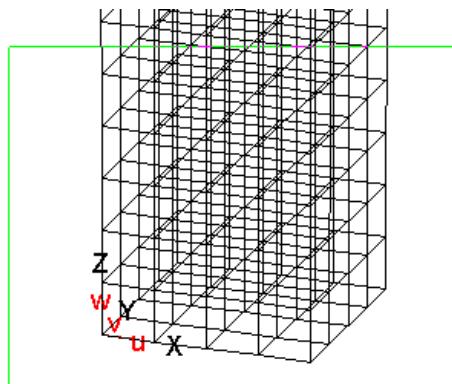
Нагрузки	Модель	Расчет	Прикладные расчеты	Результаты	Нормативные расчеты	Вывод	Вид
<input checked="" type="checkbox"/> покрытие <input type="checkbox"/> освещённость <input type="checkbox"/> номера элементов		<input type="checkbox"/> номера узлов <input type="checkbox"/> узлы <input type="checkbox"/> локальные координаты	<input type="checkbox"/> краевые условия <input checked="" type="checkbox"/> сетка/контур <input type="checkbox"/> материалы	<input type="checkbox"/> координаты узлов <input type="checkbox"/> этажи <input type="checkbox"/> группы констр. эл-тов	<input type="checkbox"/> 3D - просмотр <input type="checkbox"/> этажи <input type="checkbox"/> группы констр. эл-тов		<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
				<input type="checkbox"/> Показ			Список окон Окна

Теперь удалим изначальные оболочки, оставив только объемные элементы.

Переходим на «Элементы» - «удаление» и выбираем «оболочки».

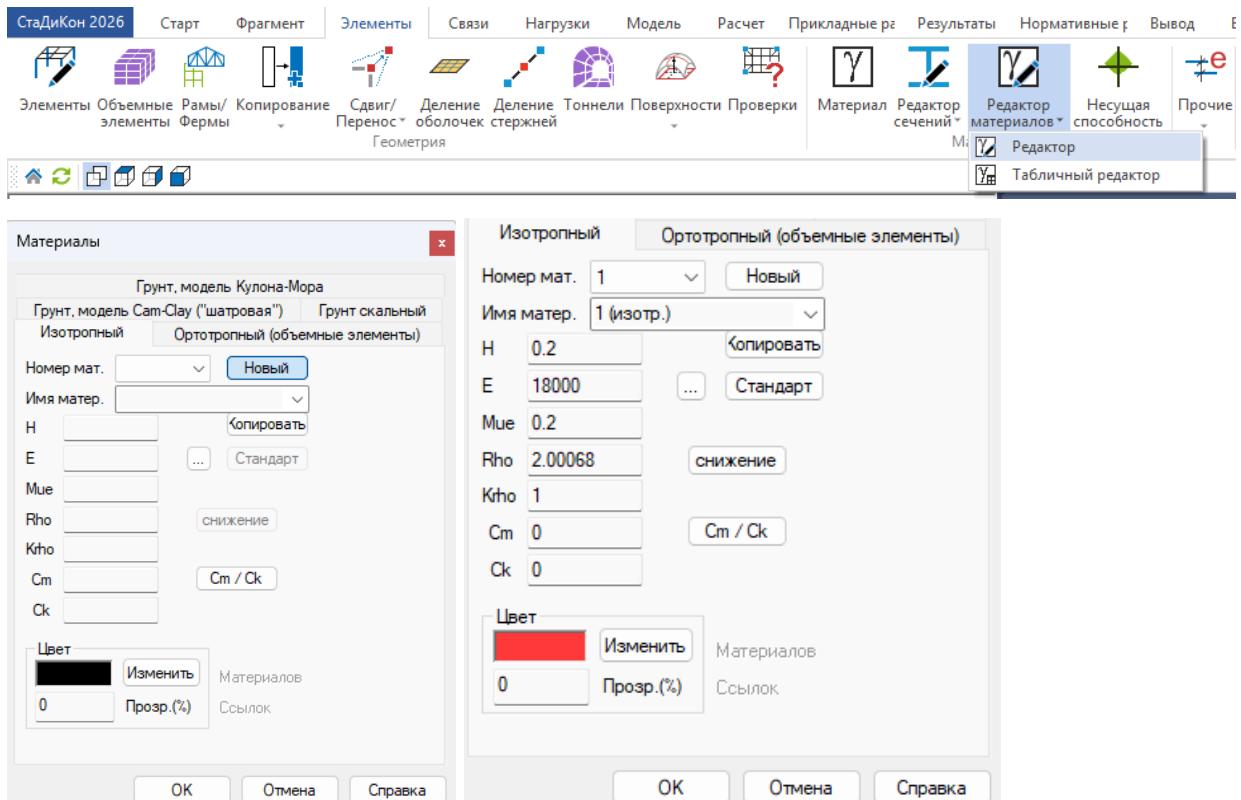


И выделяем нижнюю грань.

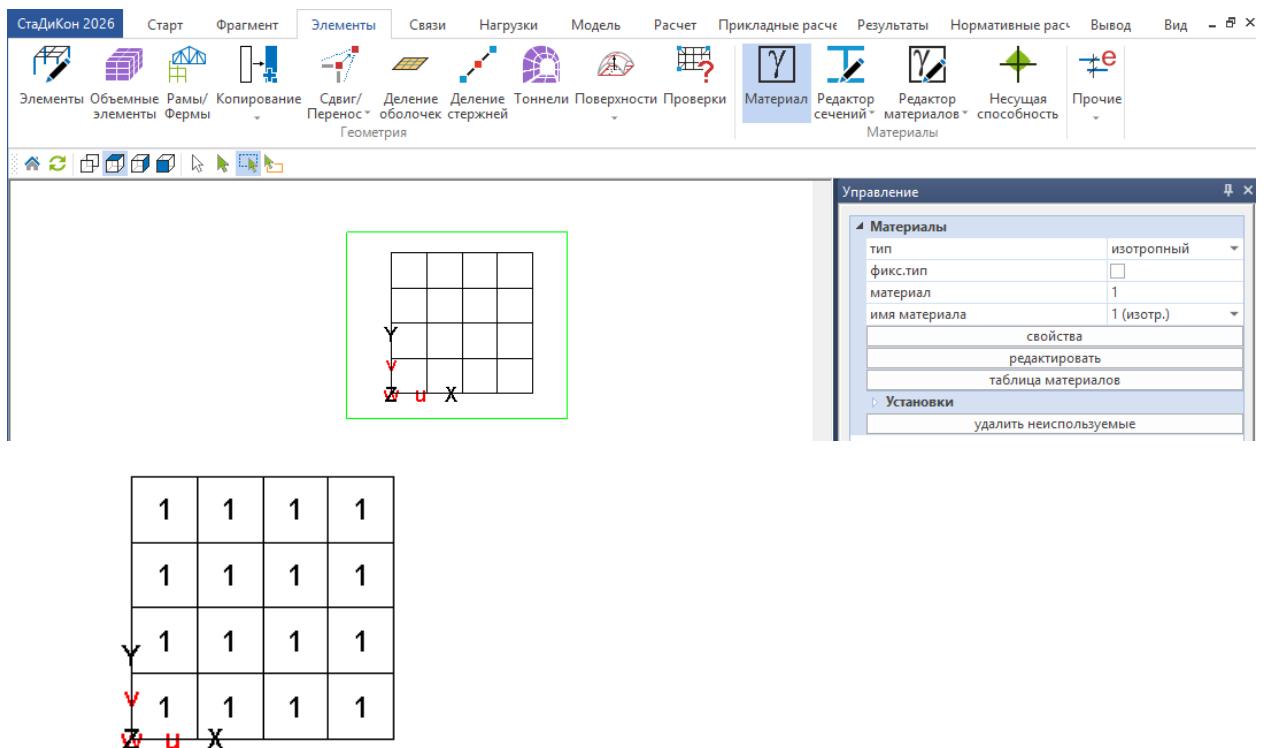


## 2.2. Материал

На вкладке «Элементы» выбираем «Редактор материалов» - «Редактор», выбираем – «Изотропный» и нажимаем на «Новый». После задаем параметры материала.

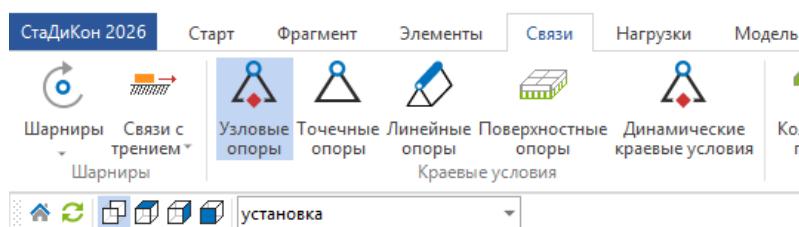


Далее переходим на «Материал», выбираем «тип – изотропный» и задаем созданный материал выделением всех элементов. Ниже показана проекция XY.

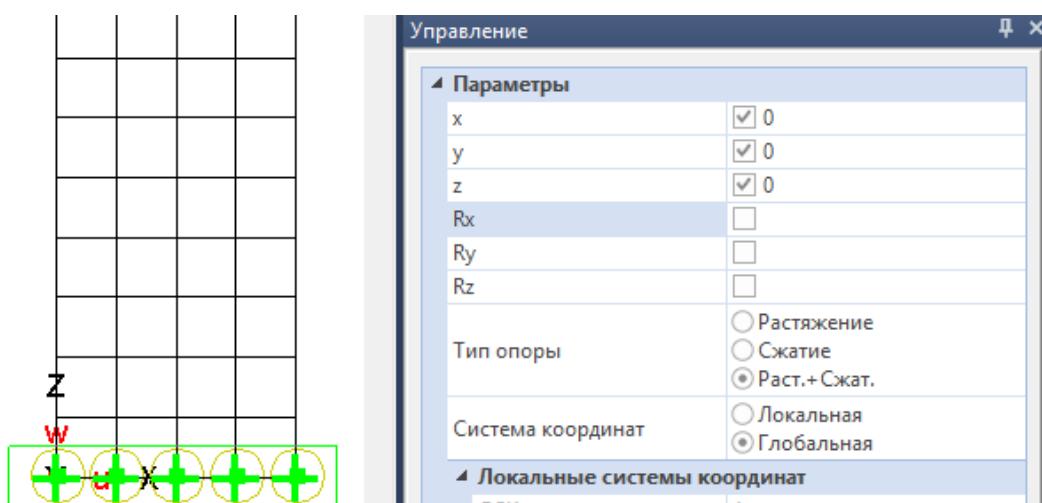


### 2.3. Установка связей

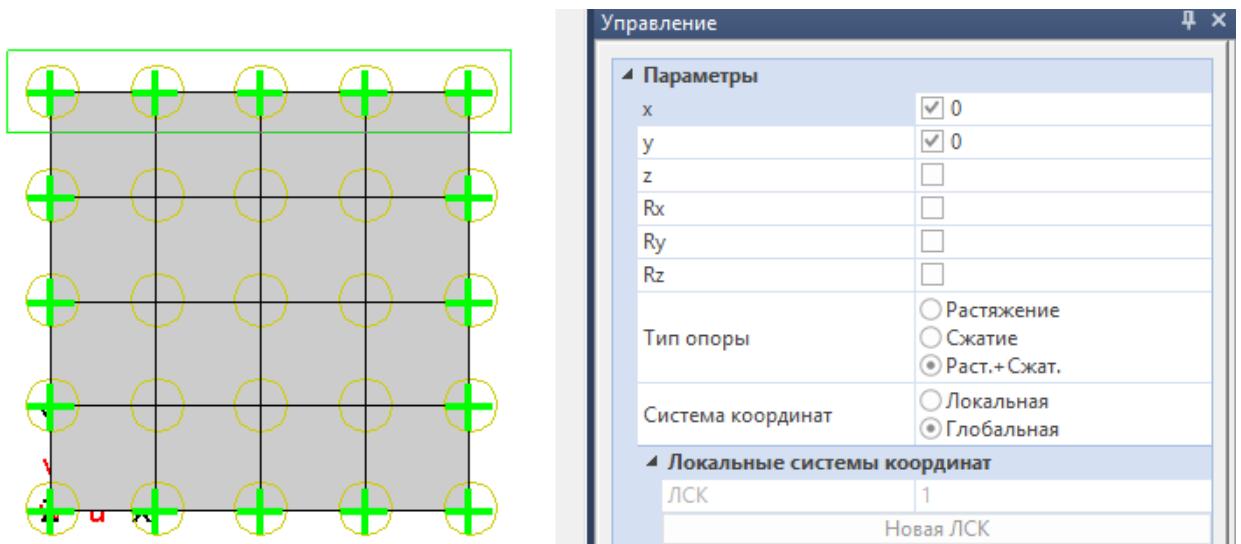
Перейдем к установке краевых условий. На вкладке «Связи» выбираем «Узловые опоры» - «установка».



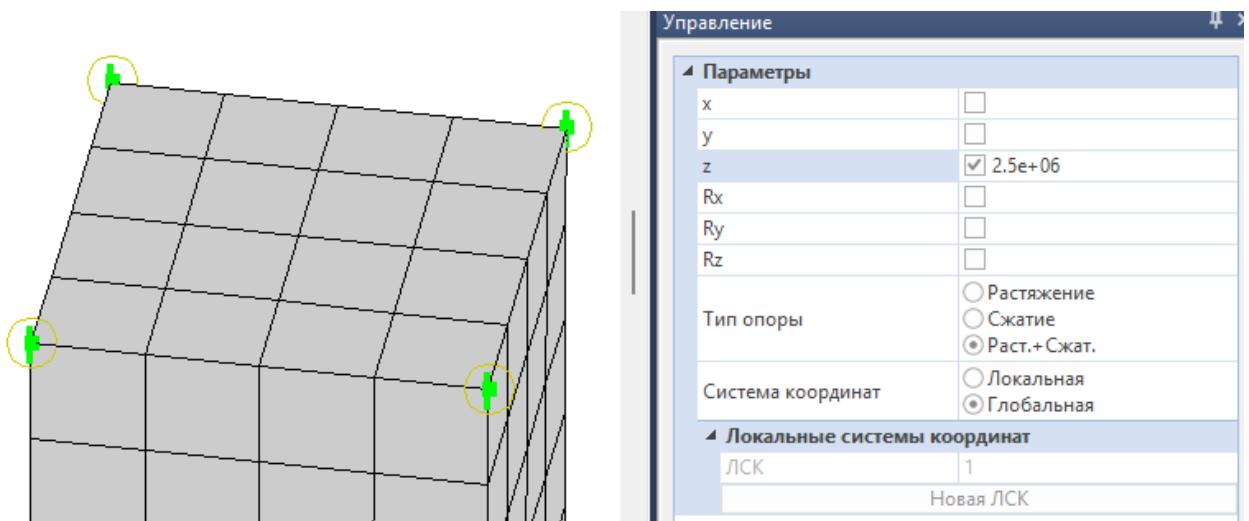
Групповым выбором нижней грани ограничиваем перемещение по  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .



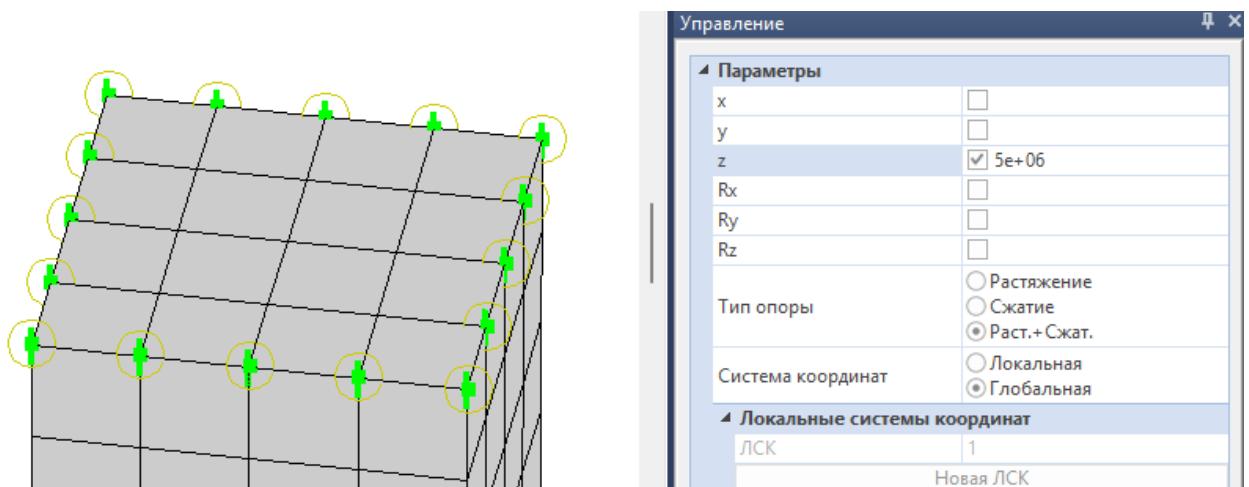
Все боковые грани (при  $x=0$ ,  $x=0.25$ ,  $y=0$ ,  $y=0.25$ ) ограничиваем по  $x$ ,  $y$ .



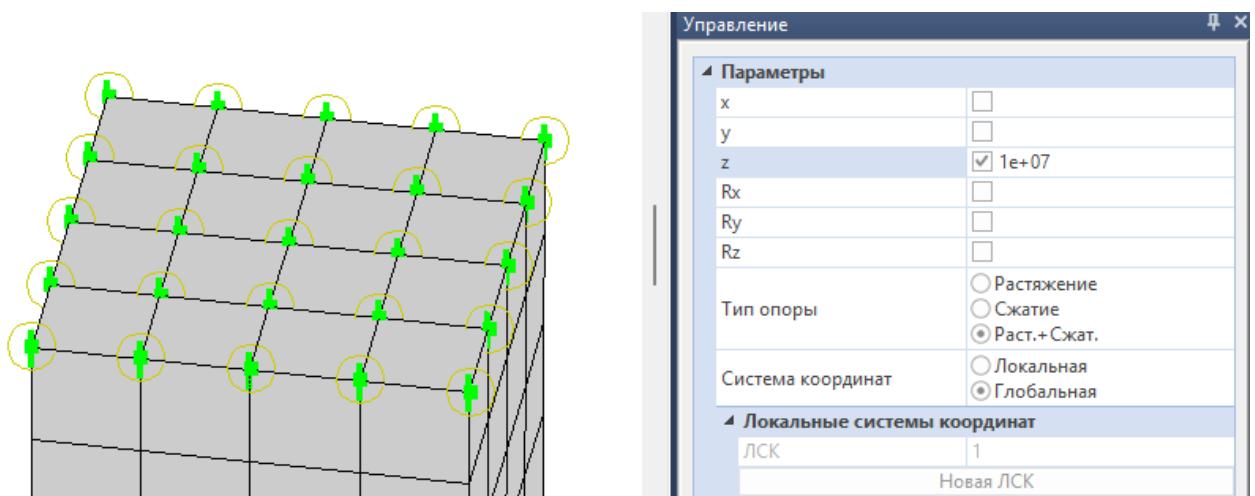
На угловые узлы верхней грани (при  $z=10$ ) устанавливаем ограничение по  $z$  с жесткостью равной  $2.5e+06$  кН/м.



На остальные узлы по периметру верхней грани, кроме угловых устанавливаем ограничение по  $z$  с жесткостью равной  $5e+06$  кН/м.

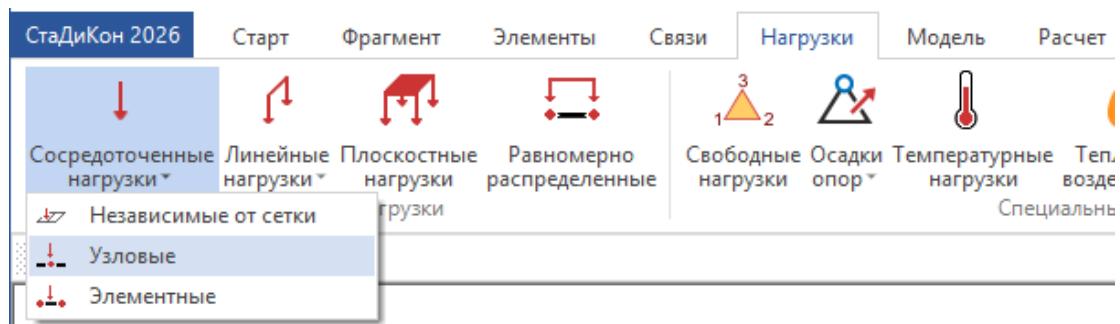


И на оставшиеся центральные узлы верхней грани устанавливаем ограничение по  $z$  с жесткостью равной  $1e+07$  кН/м.

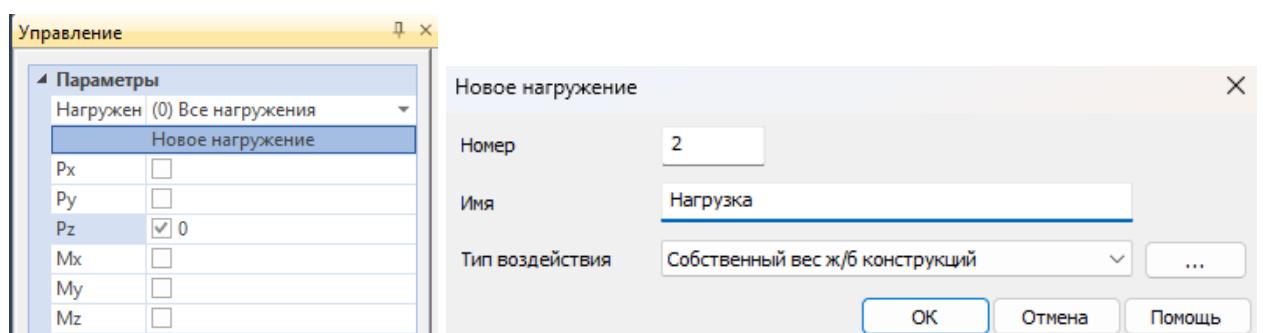


## 2.4. Нагружение

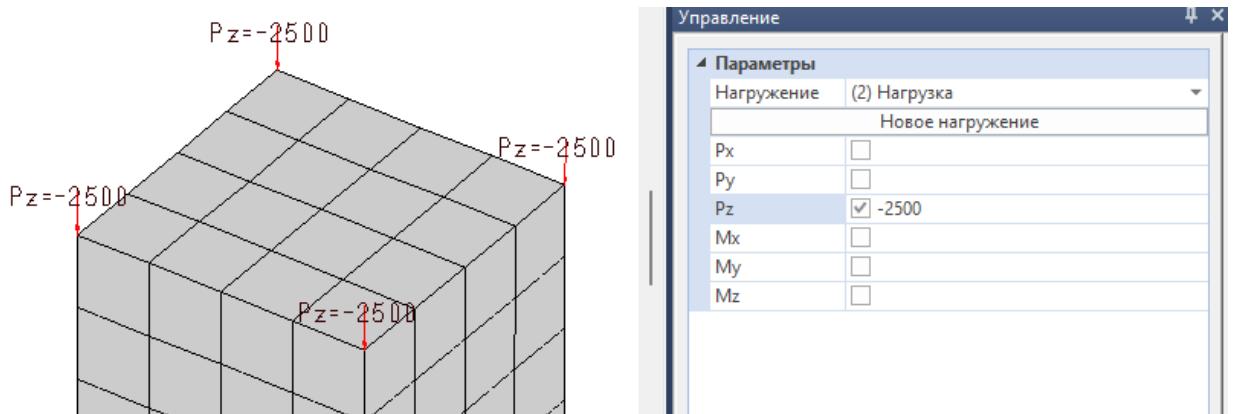
Перейдем к установке нагрузки. На вкладке «Нагрузки» выбираем «Сосредоточенные нагрузки» - «Узловые».



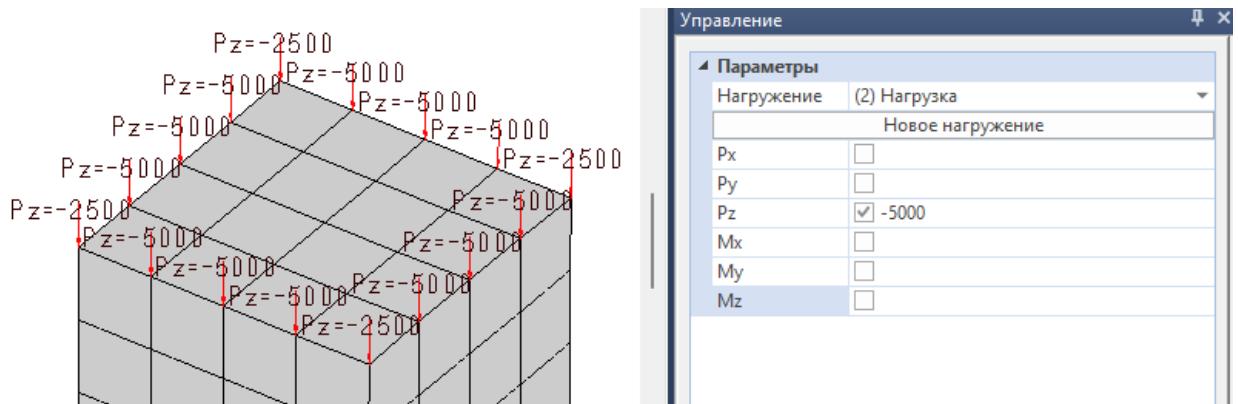
Создаем «Новое нагружение». Указываем номер нагрузки – 2, так как в первое нагружение автоматически добавляется собственный вес.



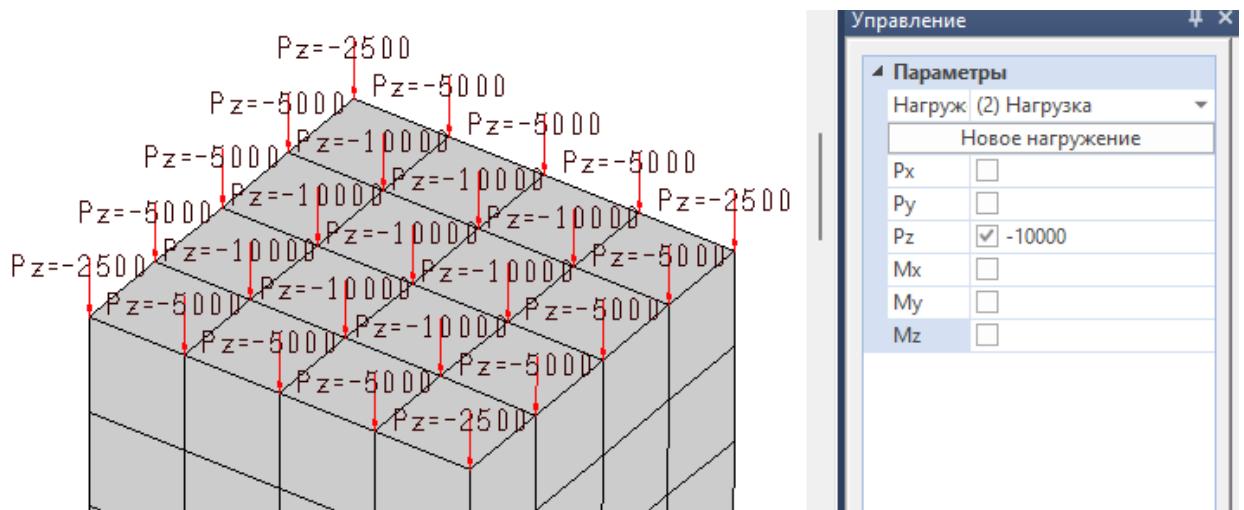
И задаем нагрузку  $P_z = -2500 \text{ кН}$  на угловые узлы верхней грани.



Задаем нагрузку  $P_z = -5000 \text{ кН}$  на остальные узлы по периметру верхней грани.

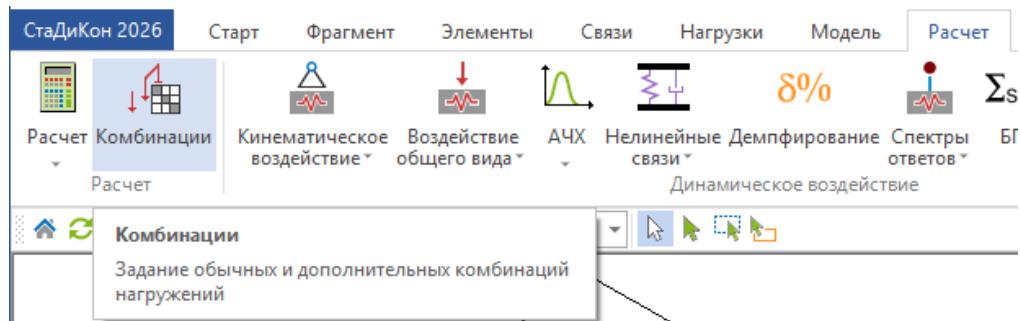


И задаем нагрузку  $P_z = -10000 \text{ кН}$  на остальные центральные узлы верхней грани.

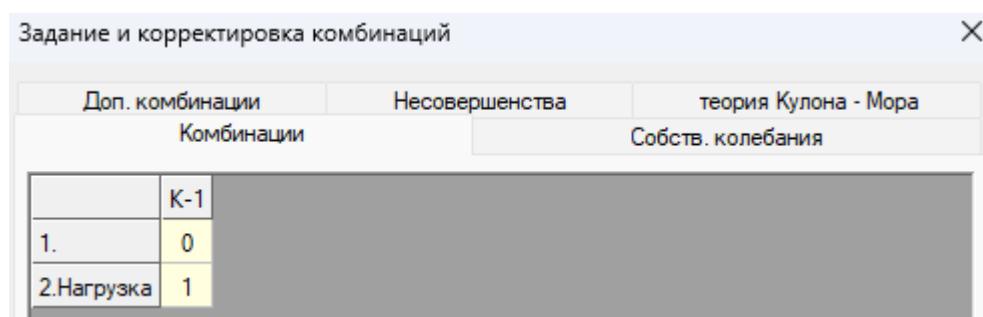


## 2.5. Проверочный расчет

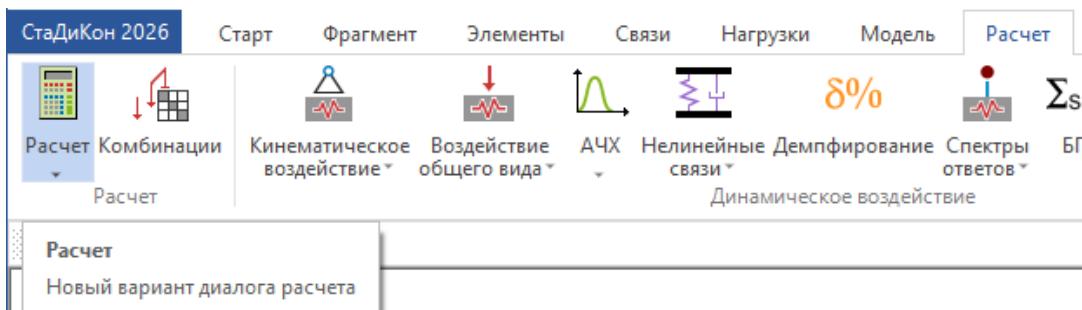
Переходим на вкладку «Расчет» и выбираем «Комбинации».



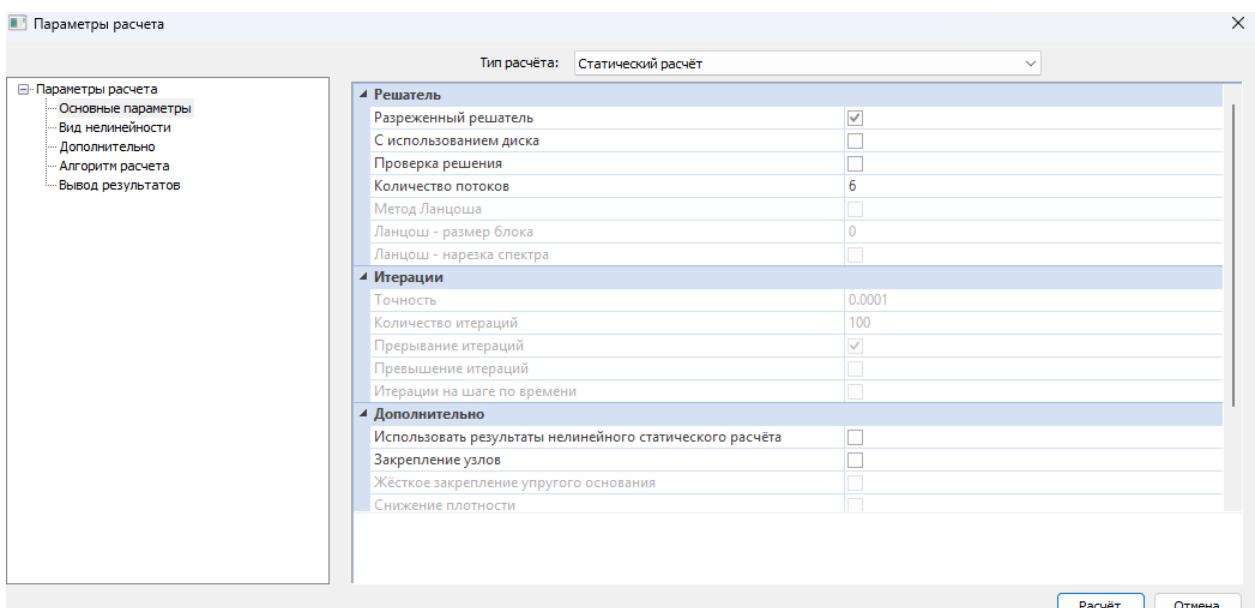
Создадим следующую комбинацию.



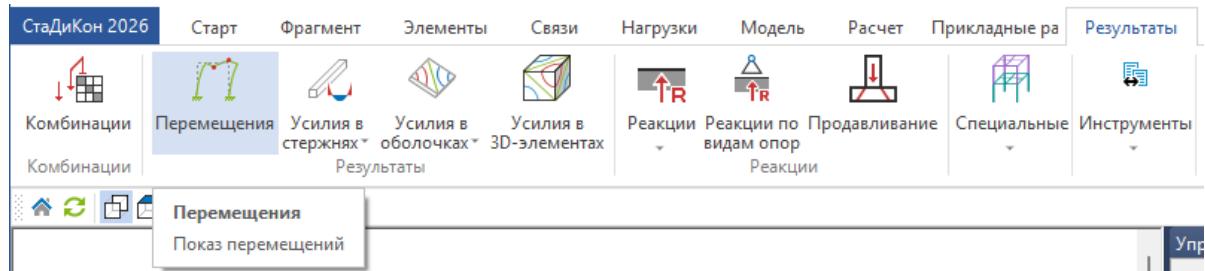
Теперь выбираем «Расчет».



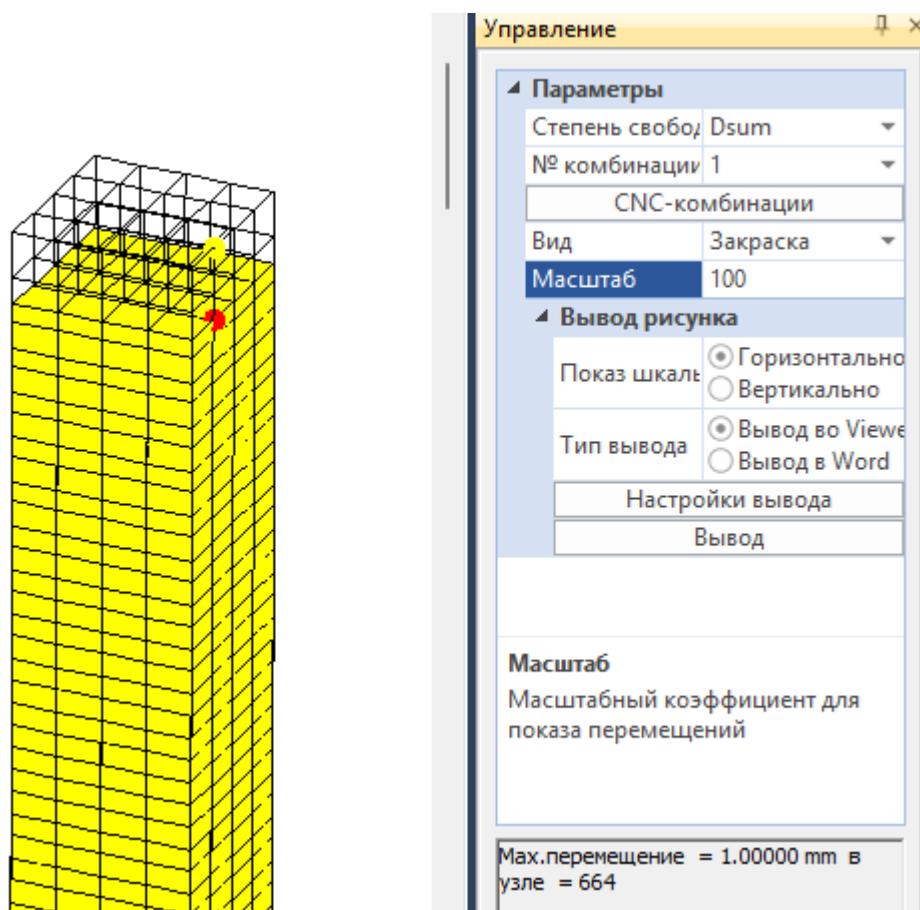
Параметры оставляем по умолчанию и запускаем проверочный статический расчет.



После расчета на вкладке «Результаты» выбираем «Перемещения».

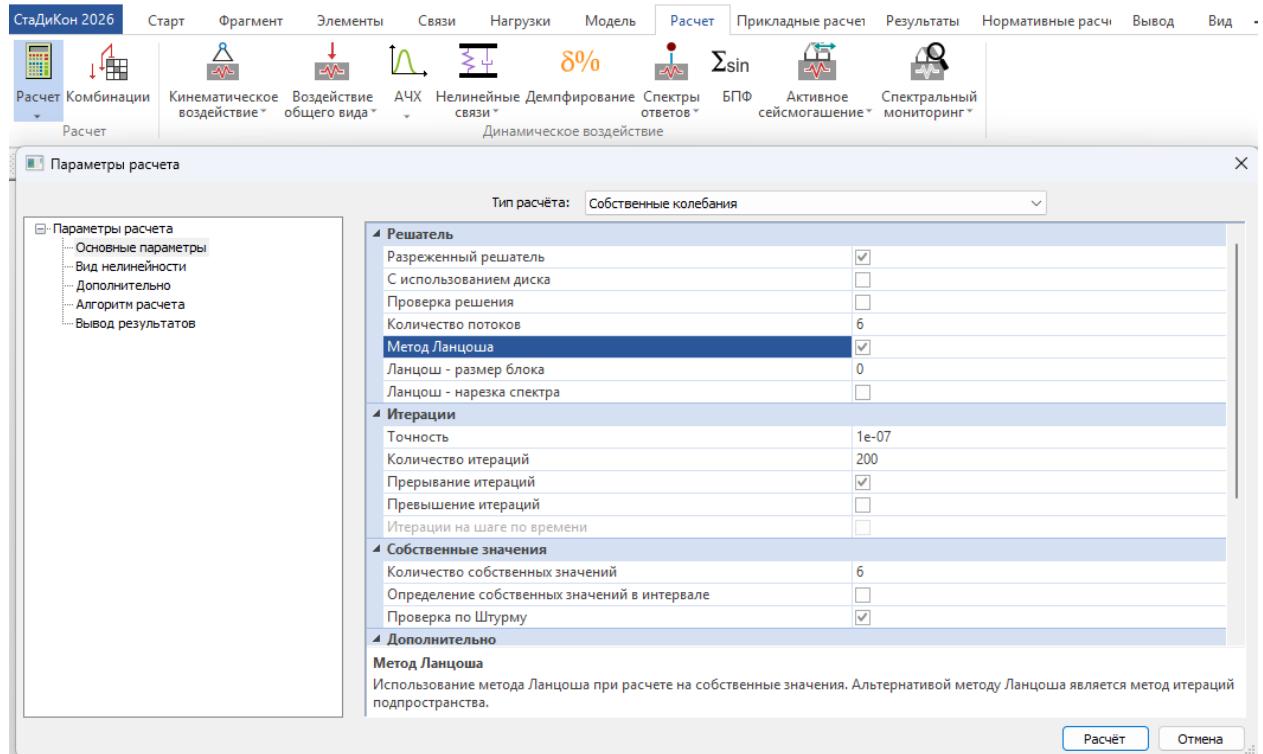


Получаем требуемое перемещение в 1 мм на верхней грани.

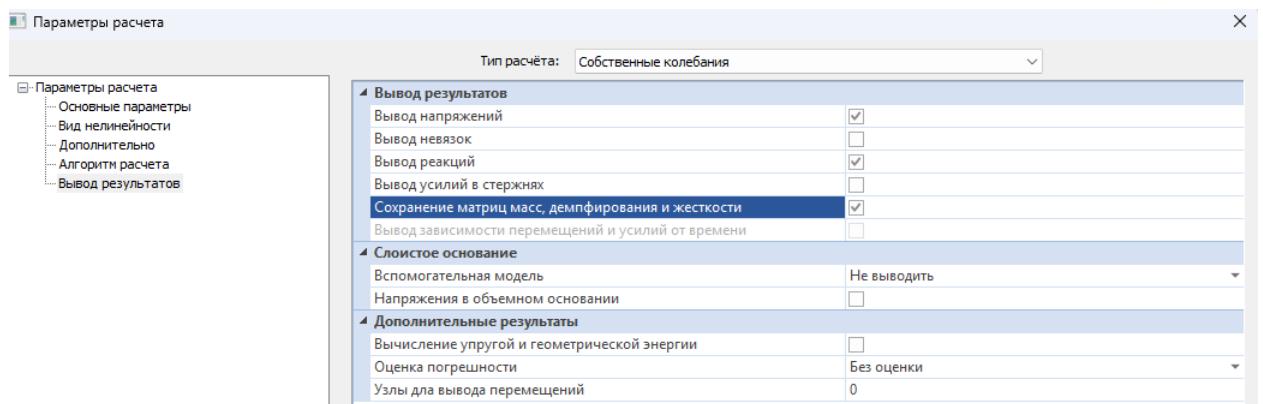


## 2.6. Динамический расчет

На вкладке «Расчет» выбираем «Расчет». Устанавливаем тип расчета – «Собственные колебания». Во вкладке «Основные параметры» включаем «Метод Ланцоша».

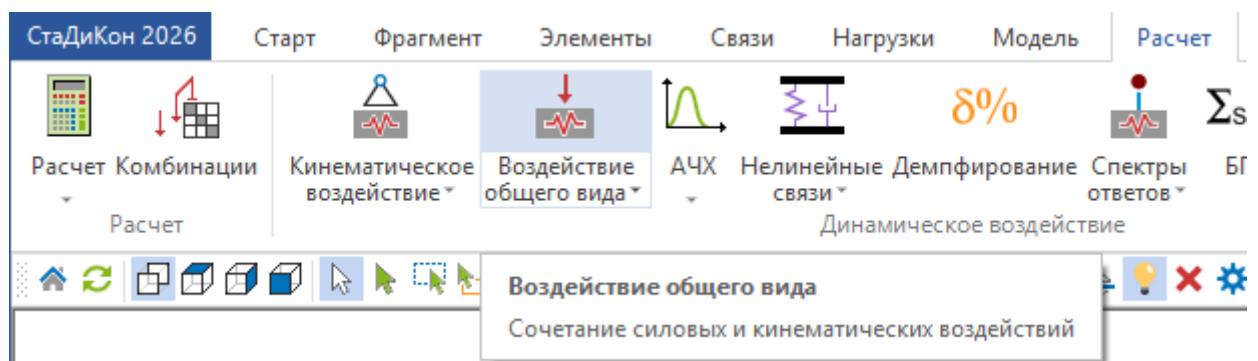


На вкладке «Вывод результатов» включаем «Сохранение матриц масс, демпфирования и жесткости».

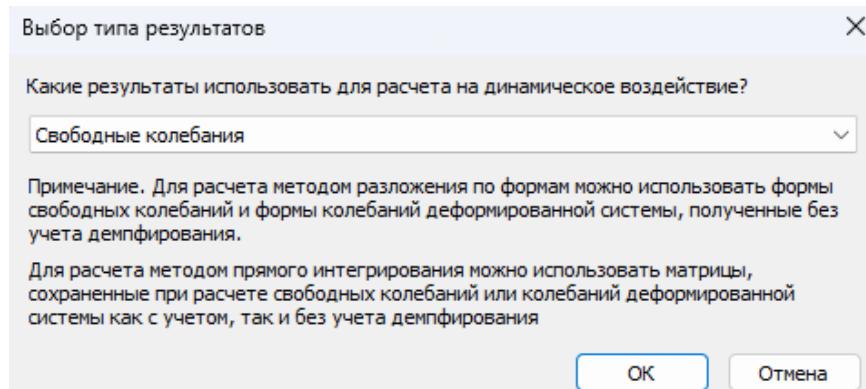


Запускаем расчет.

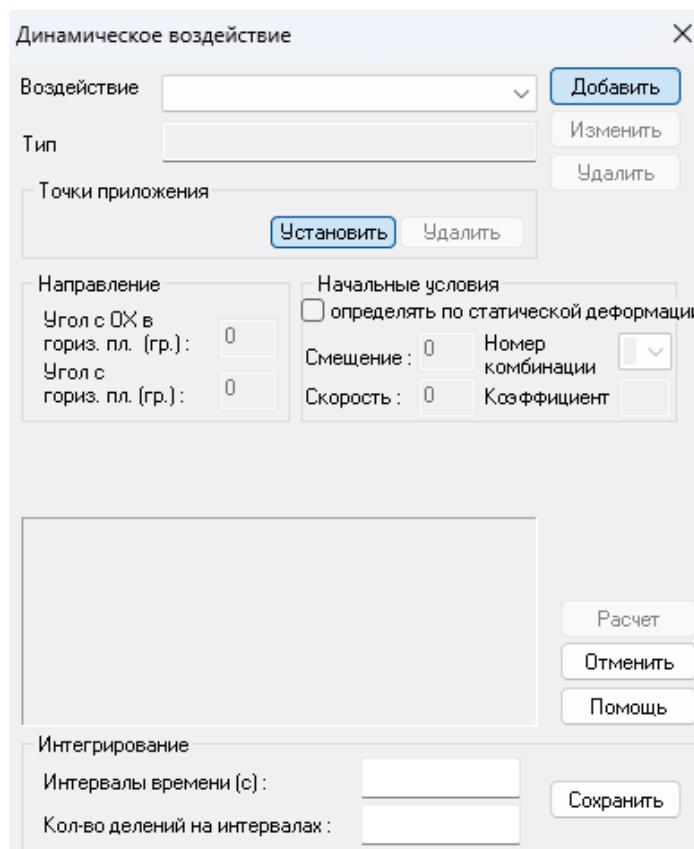
После выполнения расчета на вкладке «Расчет» выбираем «Воздействие общего вида».



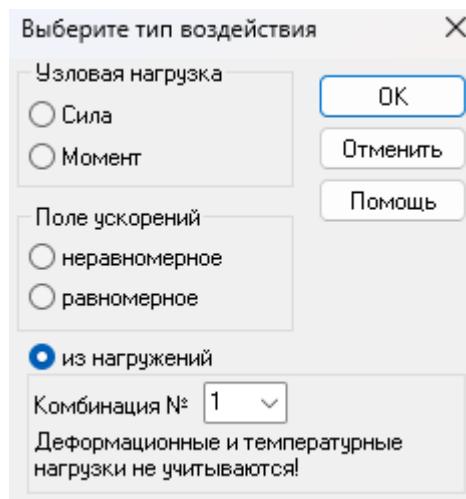
В качестве типа результатов выбираем «Свободные колебания».



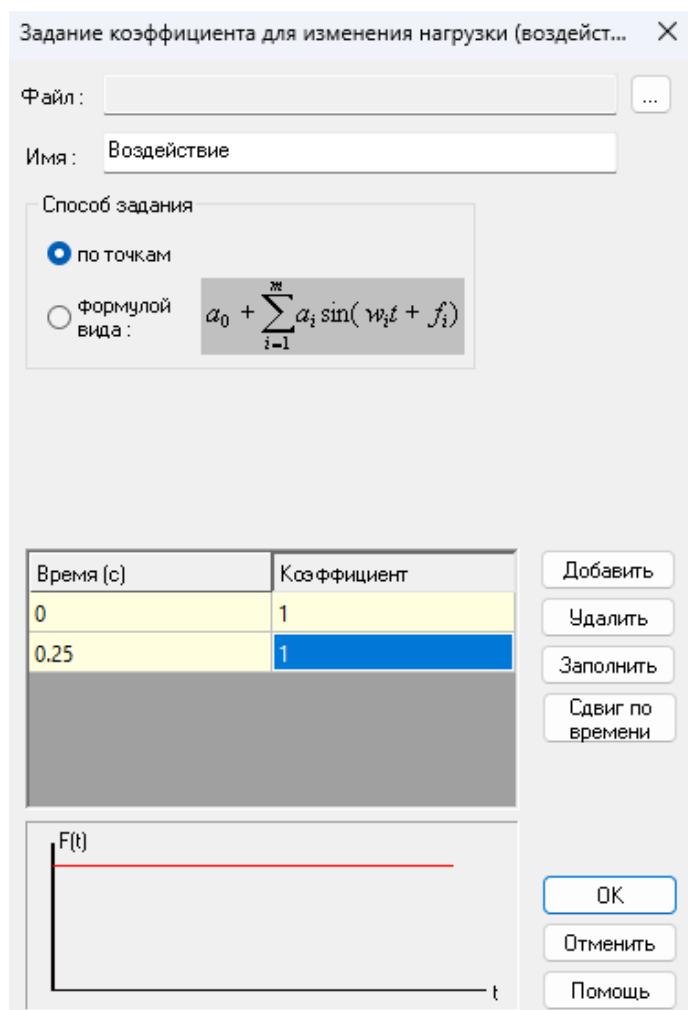
В окне «Динамическое воздействие» нажимаем «Добавить» для задания воздействия.



Тип воздействия устанавливаем «из нагрузений».



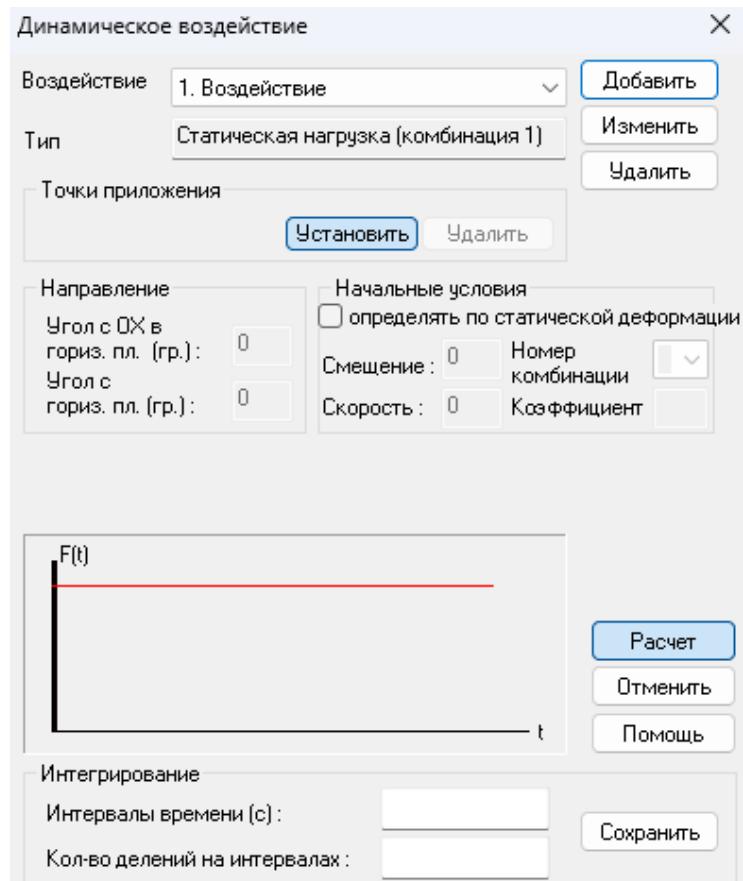
Далее задаем некоторое имя воздействию и заполняем таблицу воздействия следующим образом. Нажимаем «OK».



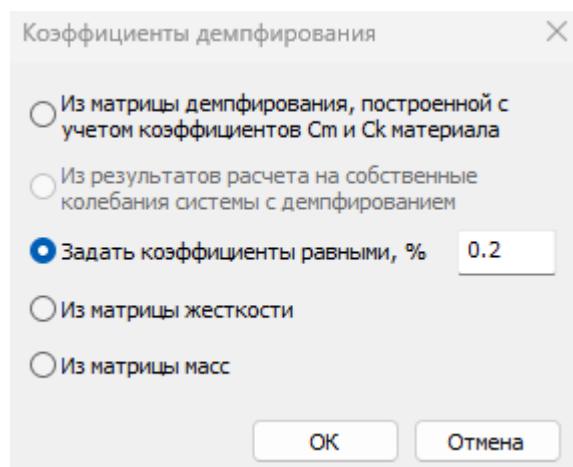
Сохраняем действие.



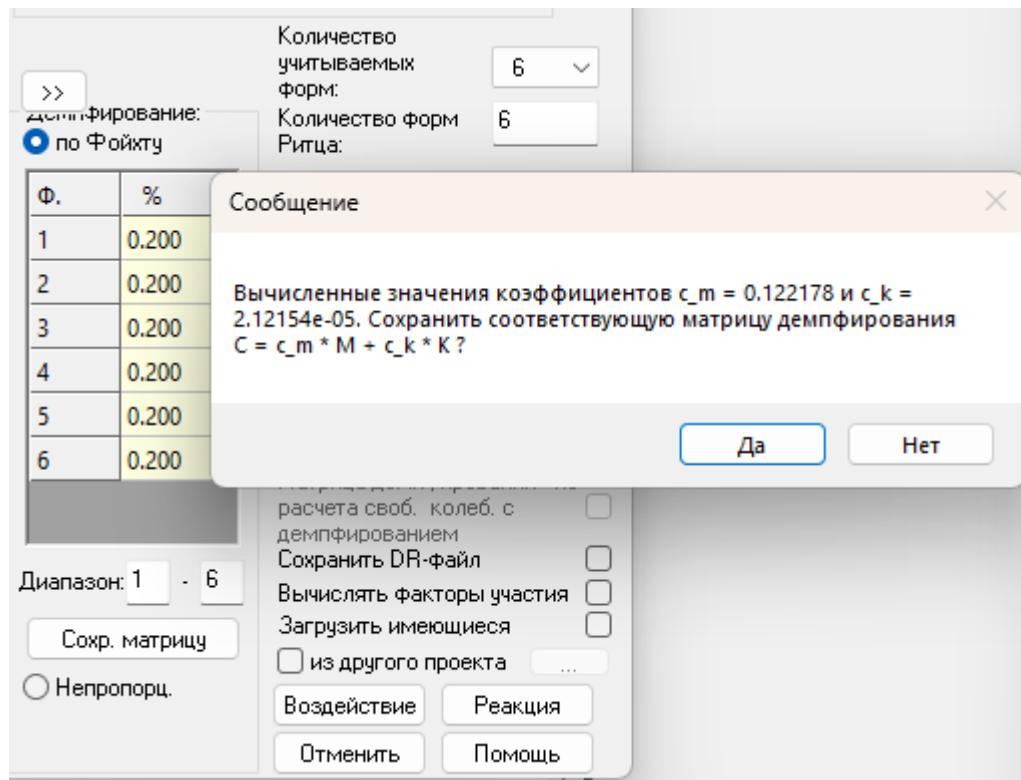
Для установки некоторых параметров нажимаем «Расчет».



В пункте «Демпфирование» нажимаем на «>>». Выбираем «Задать коэффициенты равными, %» и устанавливаем значение 0.2.

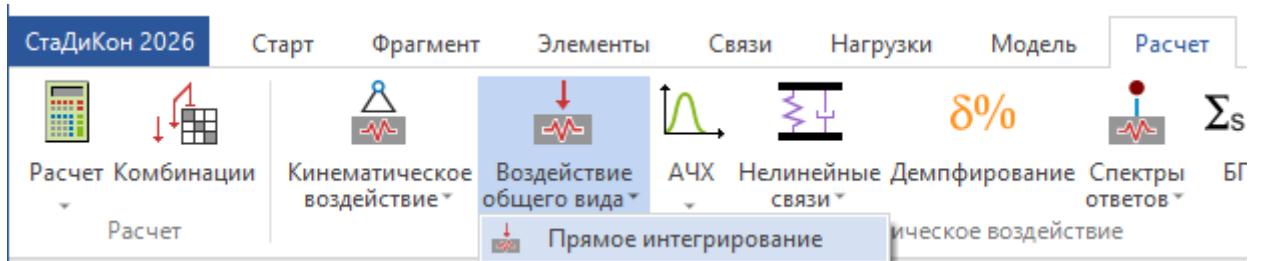


Под таблицей с демпфированием нажимаем «Сохр. матрицу». Подтверждаем нажатием «Да».

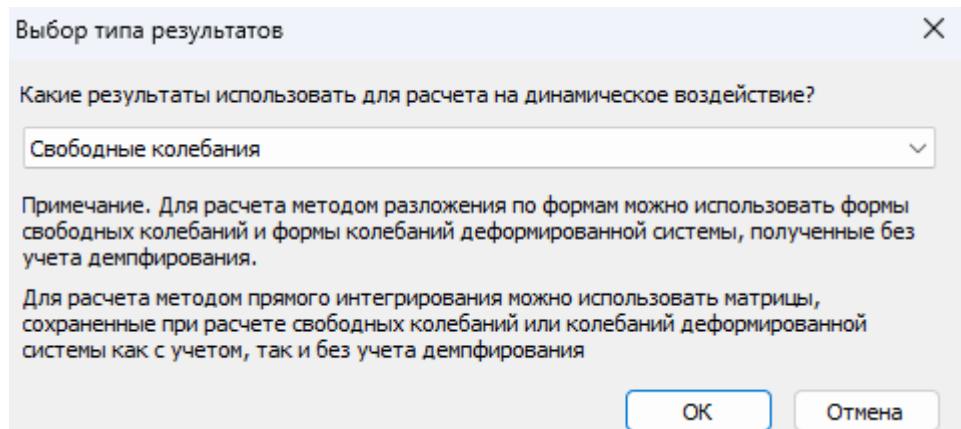


После установки данных параметров выходим из данного пункта нажатием «Отменить».

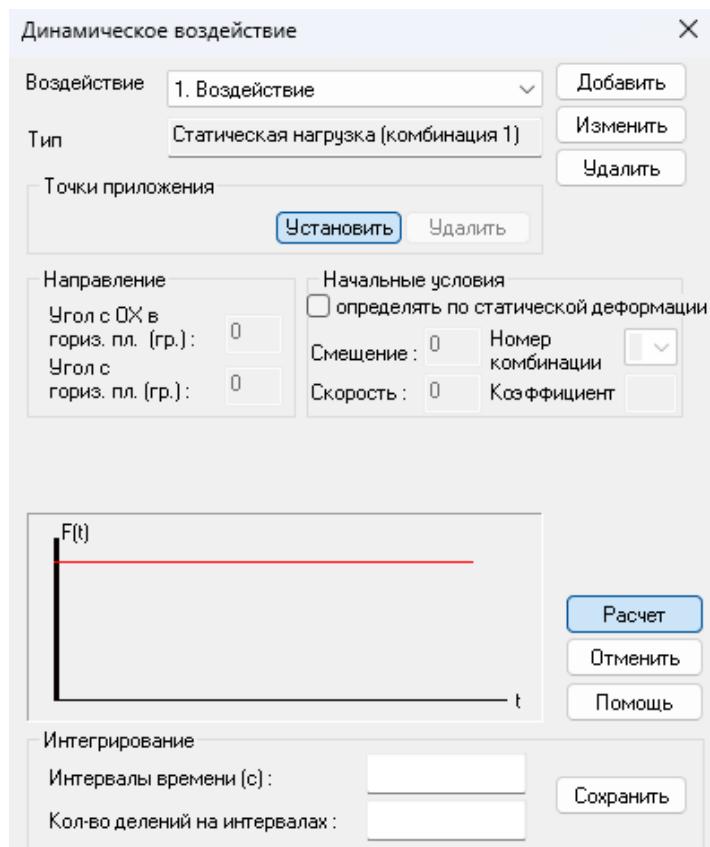
Теперь на вкладке «Расчет» нажимаем на нижнюю часть пункта «Воздействие общего вида» около стрелочки и выбираем «Прямое интегрирование».



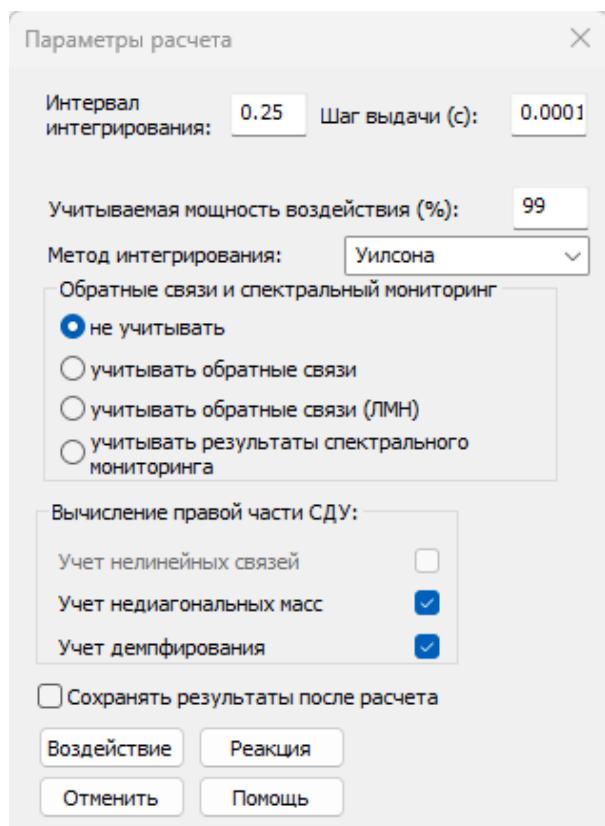
Также оставляем «Свободные колебания» и жмем «OK».



Далее вновь нажимаем на «Расчет».

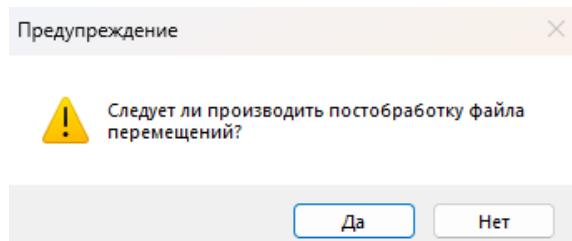


В открывшихся параметрах устанавливаем «Интервал интегрирования = 0.25» и «Шаг выдачи (с) = 0.0001».

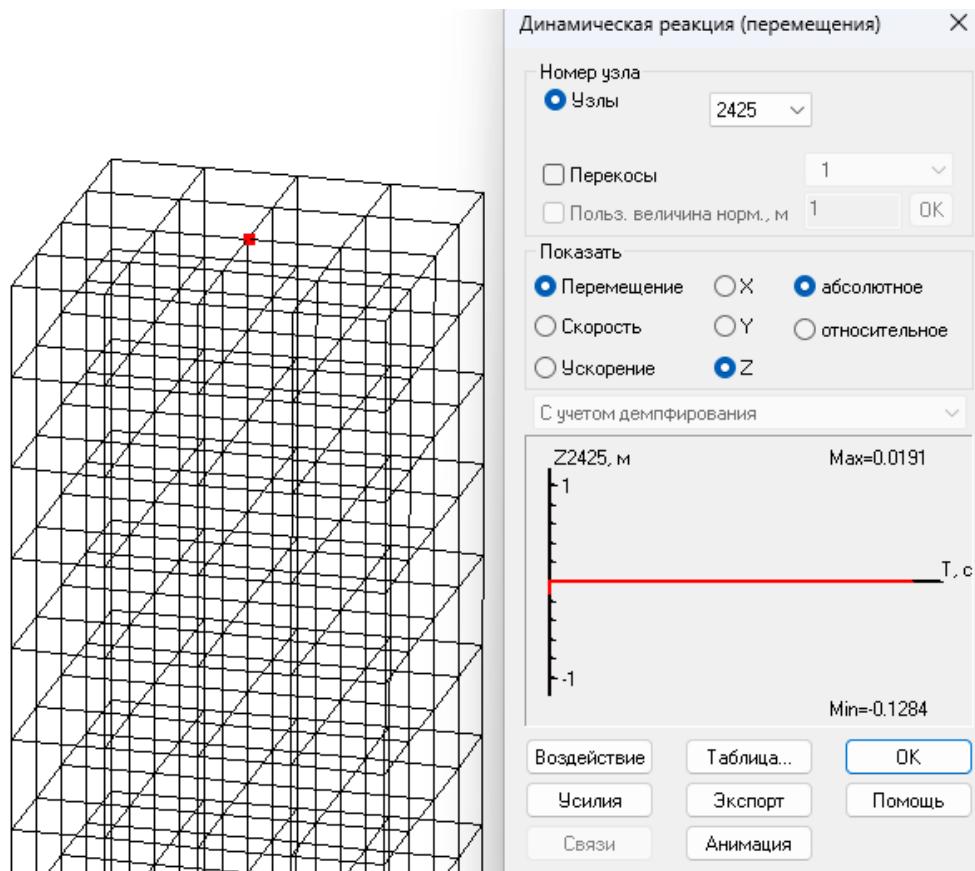


После чего нажимаем на «Реакция».

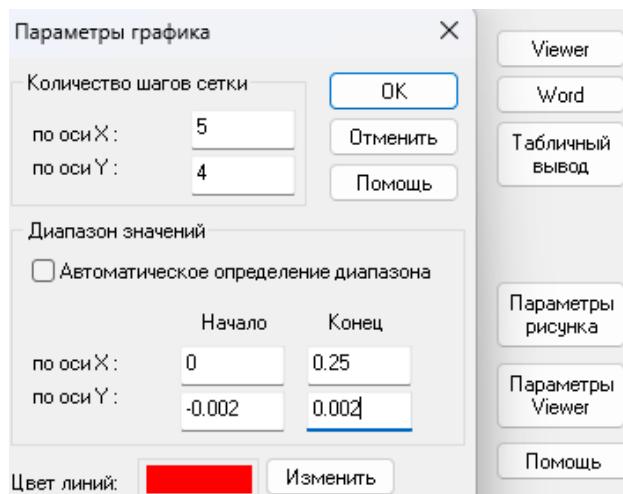
В возникающем предупреждении выбираем «Да».



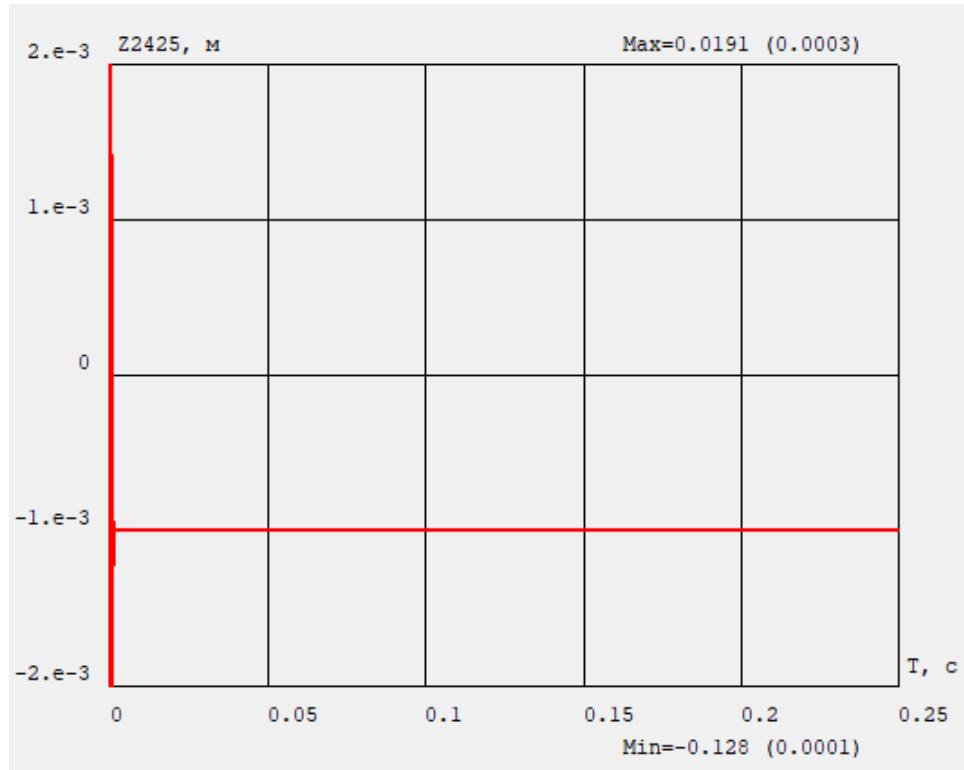
Выбираем центральный узел на верхней грани ( $0.125, 0.125, 10$ ). Устанавливаем на показ перемещений по z.



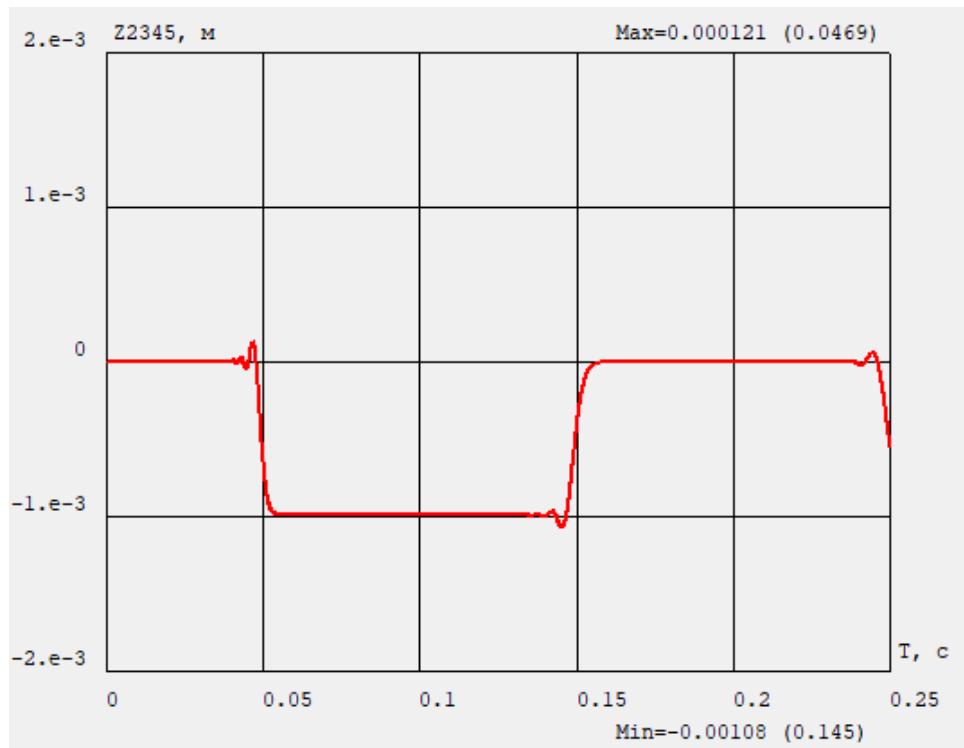
Двойным кликом открываем график. Нажимаем на «Параметры рисунка» для редактирования отображения. Устанавливаем следующие значения.



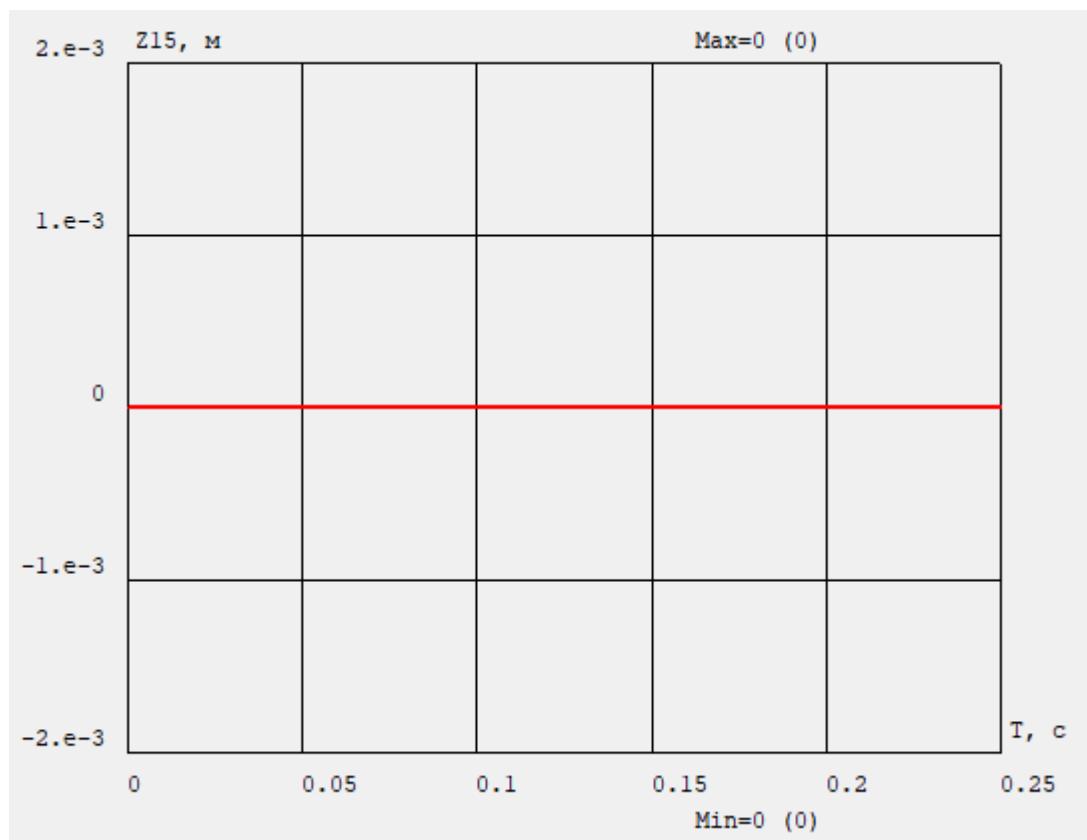
Получаем следующий график перемещений по  $z$  для верхней грани. Из-за мгновенного приложения нагрузки возникает неточность около нулевого момента времени, но сразу же задача стабилизируется и получаем, как и ожидалось, заданное перемещение в 1мм.



Далее выбираем центральный узел посередине колонны (0.125, 0.125, 5). Получаем для него следующий график. Наглядно заметно, как волна доходит до узла, а после отражается обратно от нижней грани.



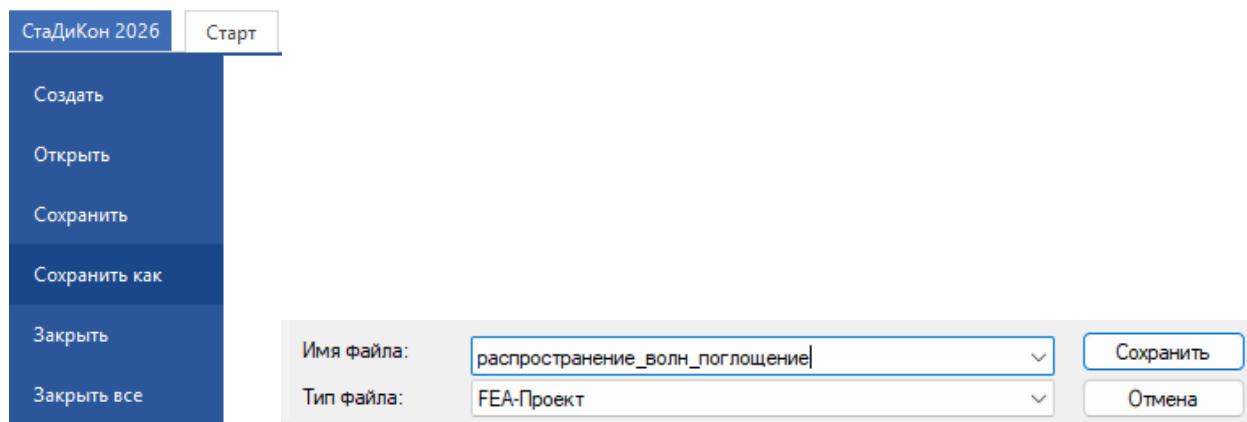
И также график для центрального узла нижней грани (0.125, 0.125, 0). В данном случае грань закреплена, поэтому получаем нулевые перемещения.



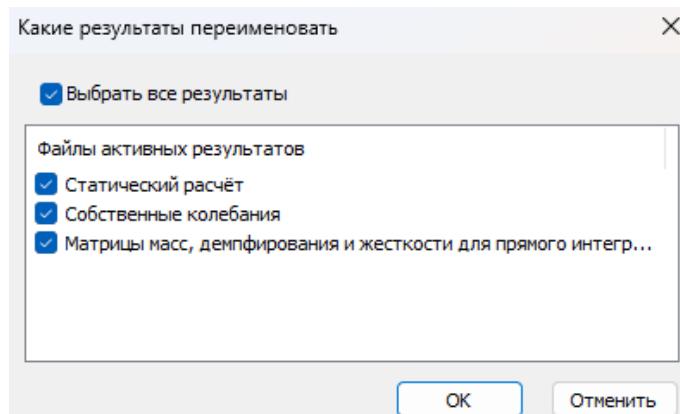
### 3. Модель Б

Теперь рассмотрим схему с поглощающим граничным условием на нижней грани.

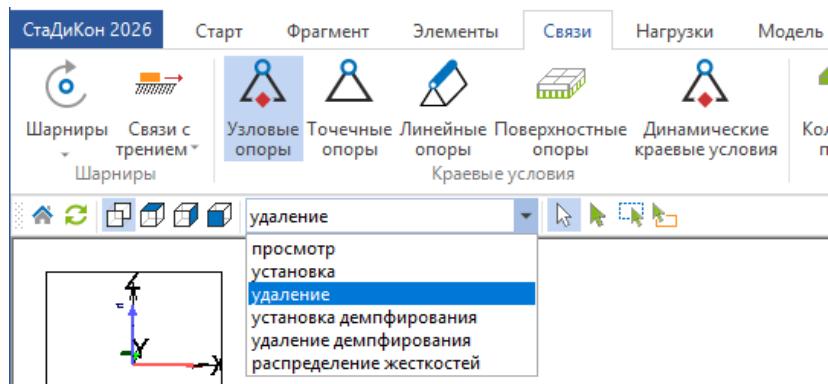
Сохраним копию задачи под другим именем. На вкладке «СтаДиКон» выбираем «Сохранить как» и сохраняем под другим названием.



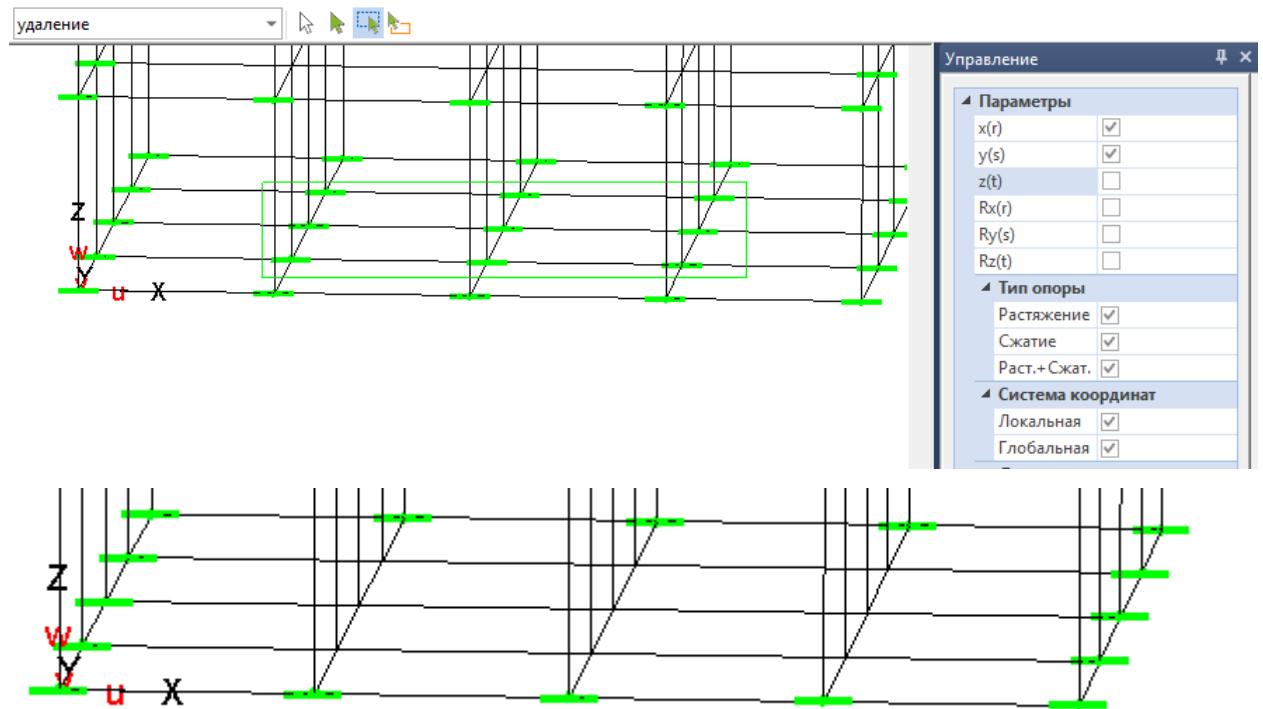
Соглашаемся с сохранением всех прошлых результатов расчета.



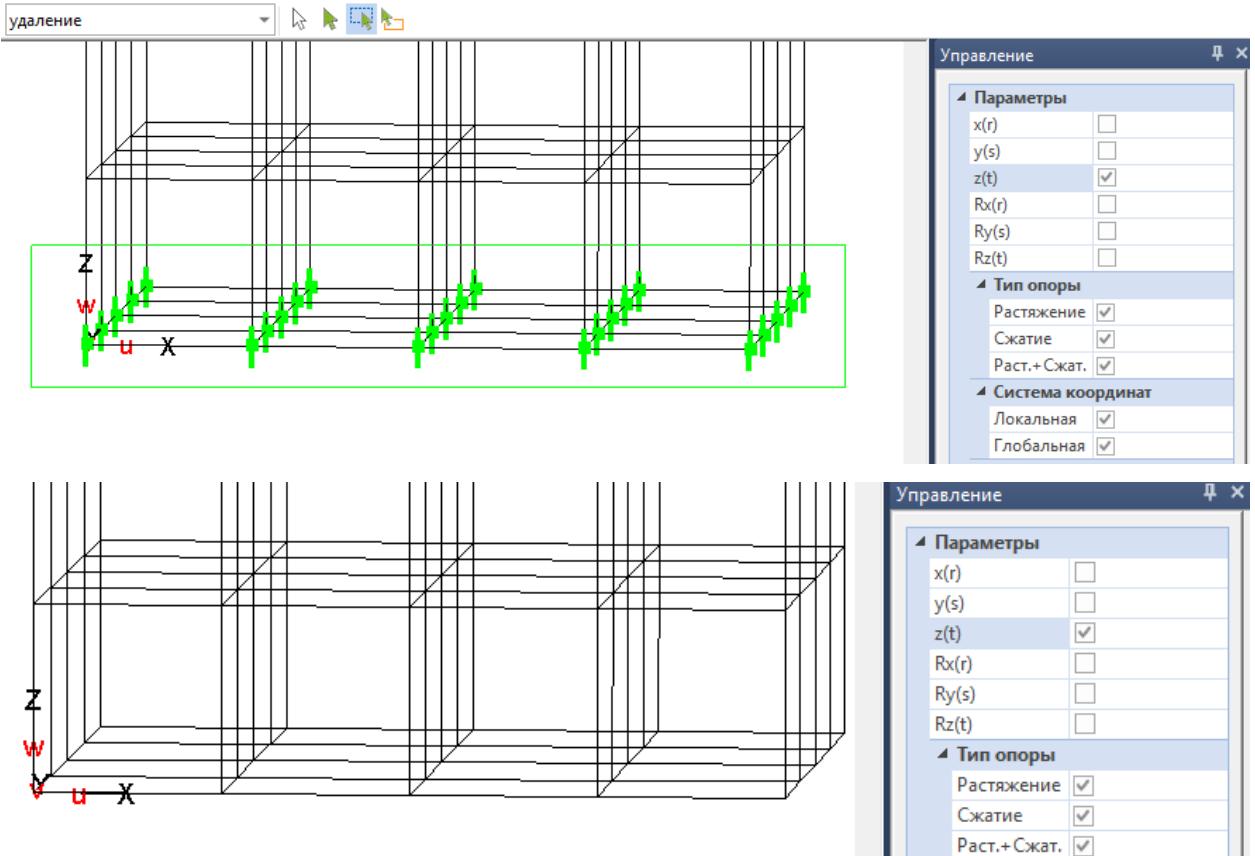
Теперь изменим граничные условия. Переходим на вкладку «Связи» - «Узловые опоры» - «удаление».



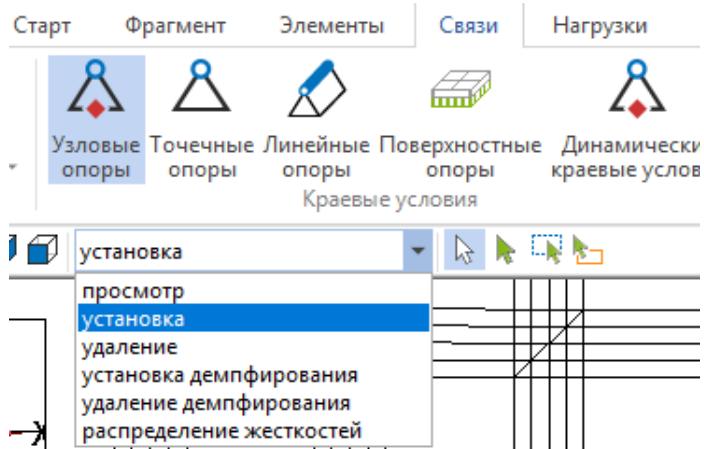
Удалим связи  $x$ ,  $y$  с внутренних узлов грани.



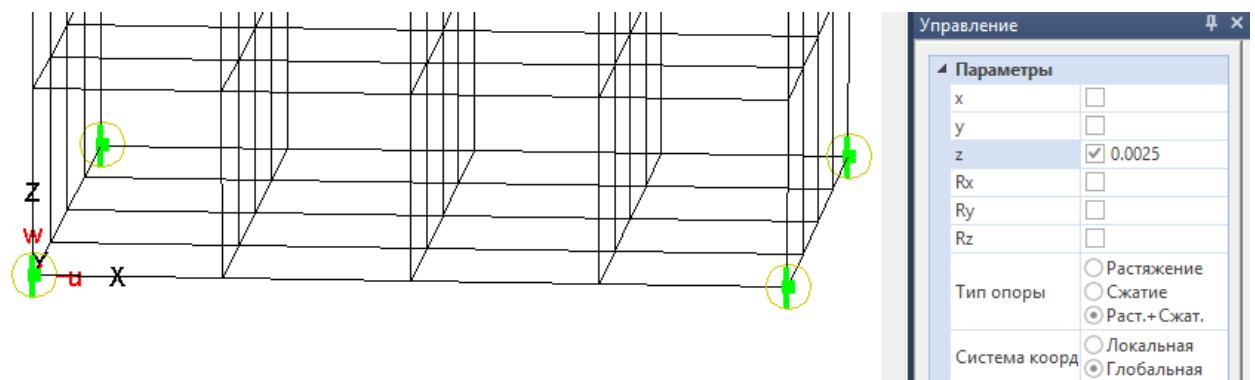
И также удаляем все связи по  $z$ .



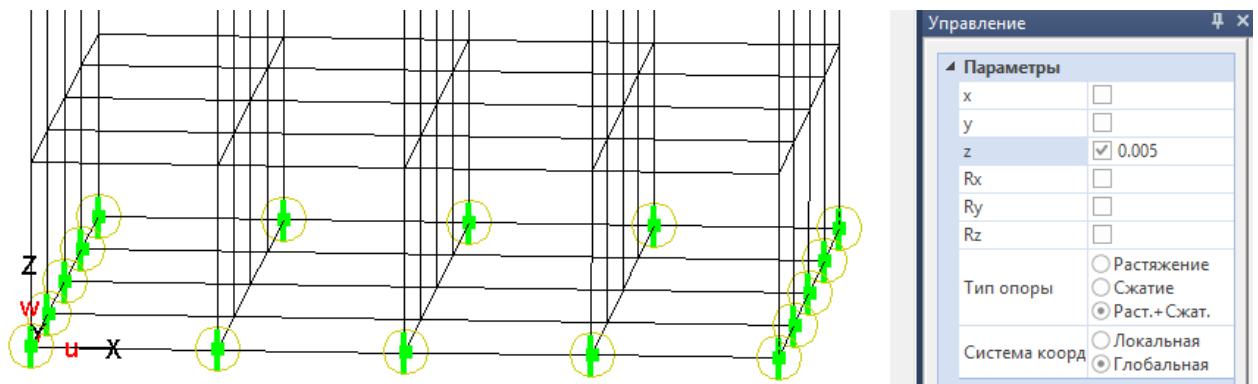
Теперь переключаемся на «установка».



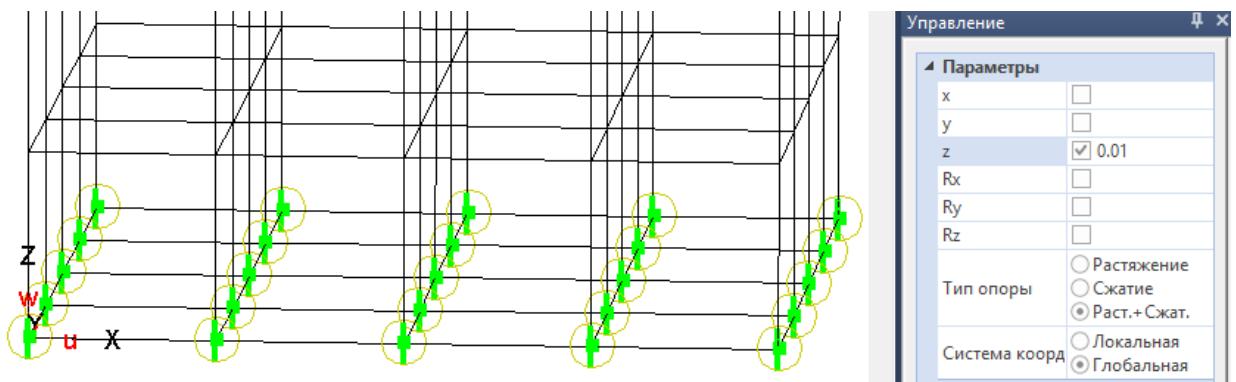
На угловые узлы назначаем связи по  $z$  с жесткостью 0.0025 кН/м.



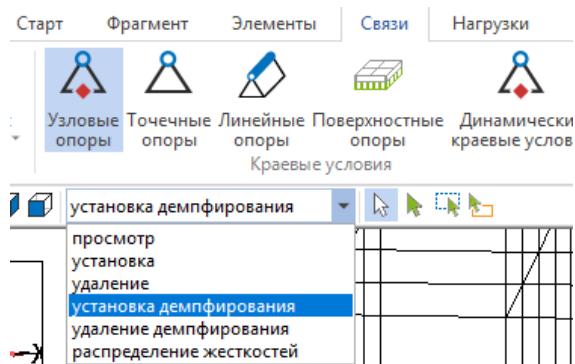
На остальные узлы по периметру грани, кроме угловых, назначаем связи по  $z$  с жесткостью 0.005 кН/м.



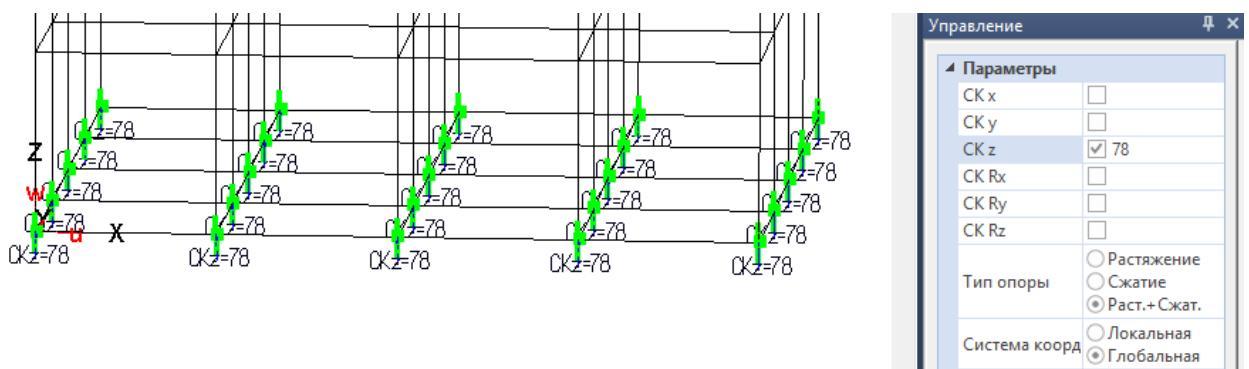
И на оставшиеся центральные узлы нижней грани назначаем связи по  $z$  с жесткостью 0.01 кН/м.



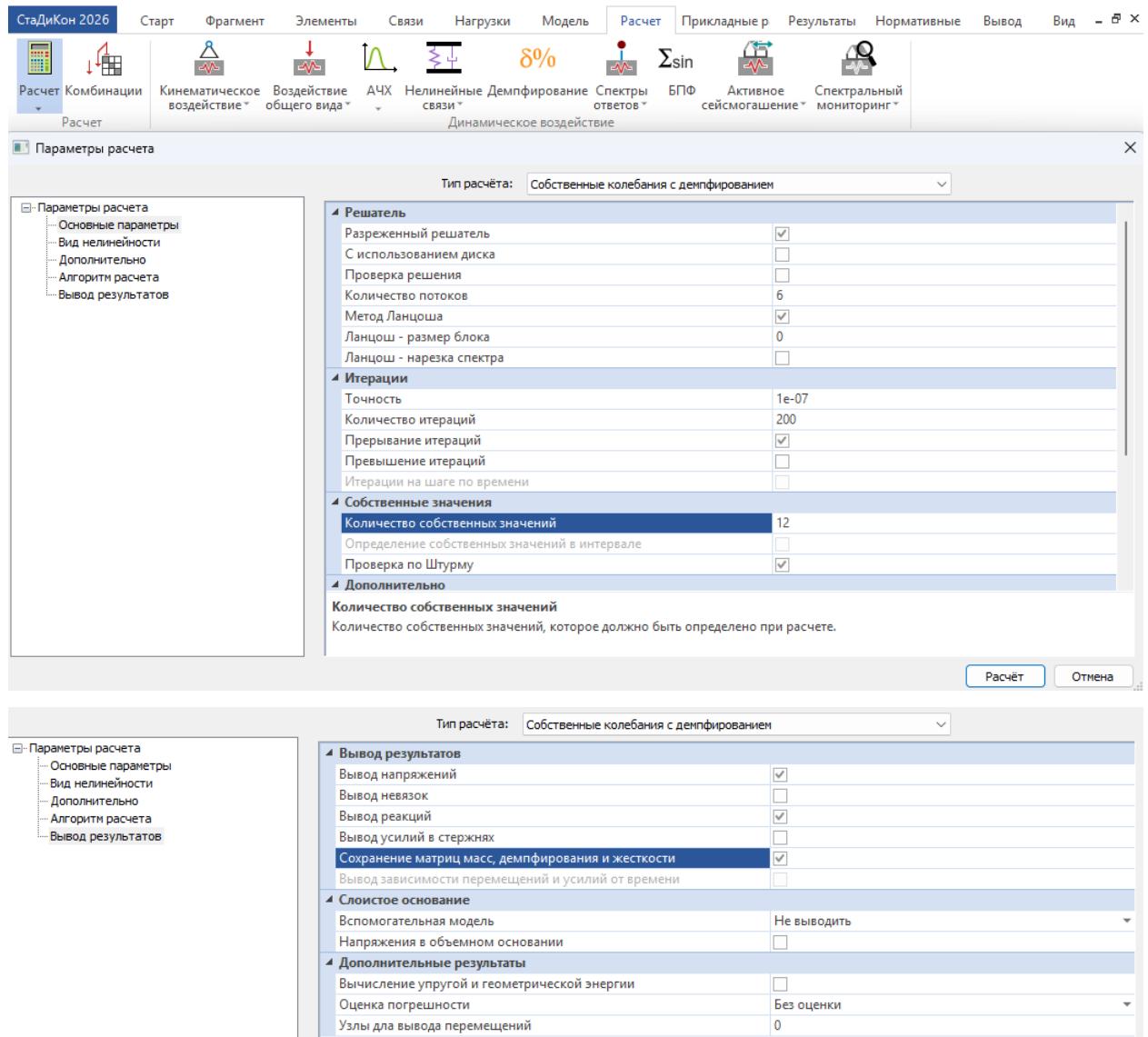
Далее переключаемся на «установка демпфирования».



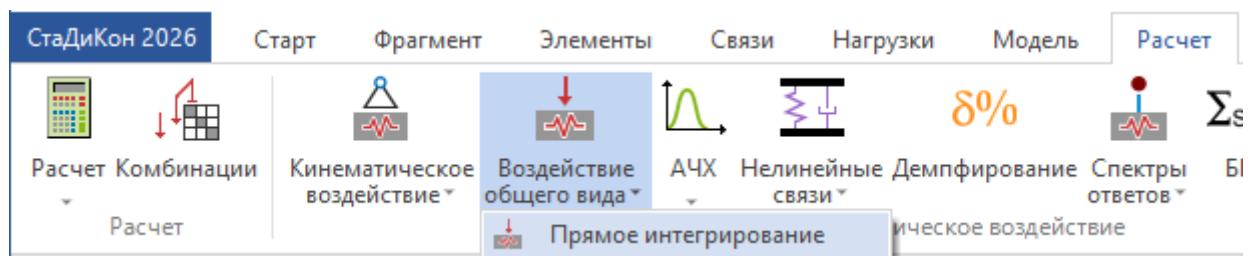
И на все узлы нижней грани устанавливаем коэффициент демпфирования для жесткости по  $z$  равный 78.



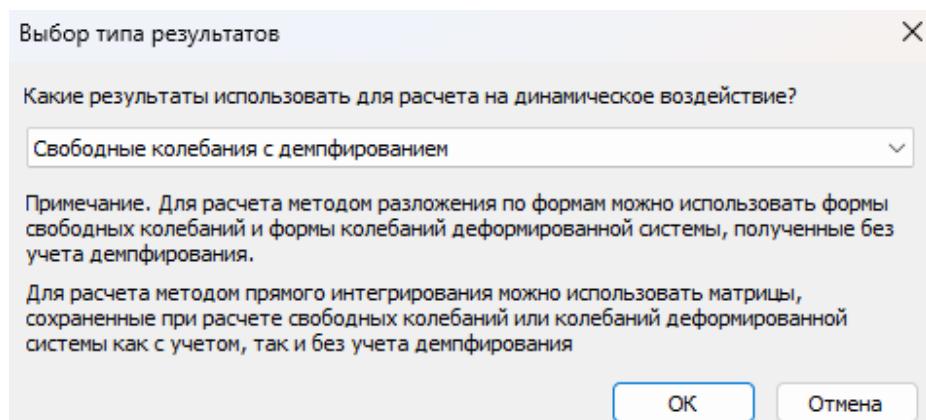
Теперь переходим на вкладку «Расчет» и выбираем «Расчет». Тип расчета – «Собственные колебания с демпфированием». Устанавливаем «Количество собственных значений = 12». Проверяем, чтобы был включен «Метод Ланцоша» и также «Сохранение матриц масс, демпфирования и жесткости».



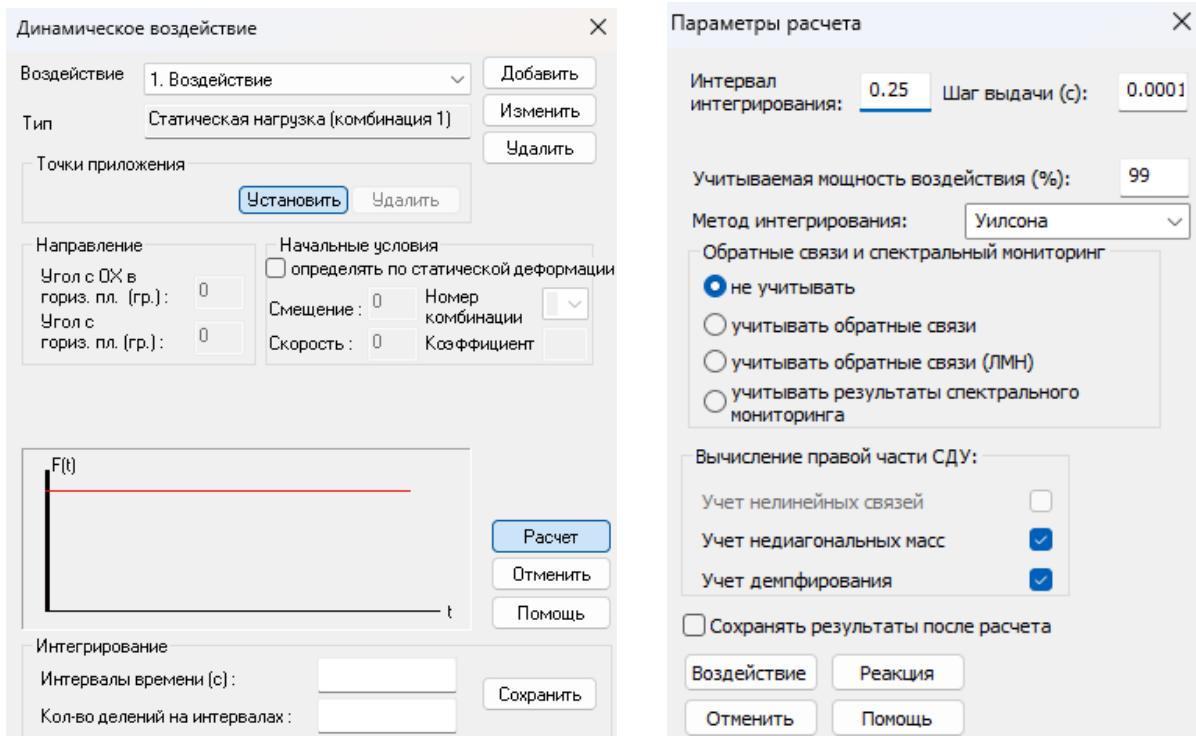
Запускаем расчет. После расчета выбираем «Расчет» - «Воздействие общего вида» - «Прямое интегрирование».



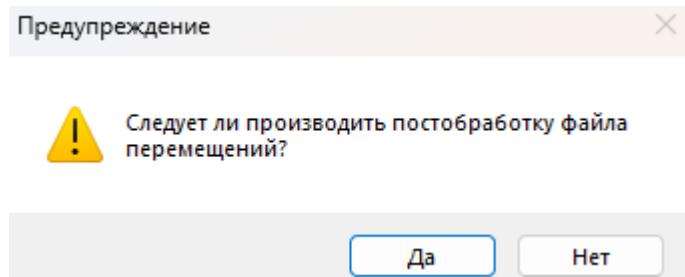
В качестве типа результатов устанавливаем «Свободные колебания с демпфированием».



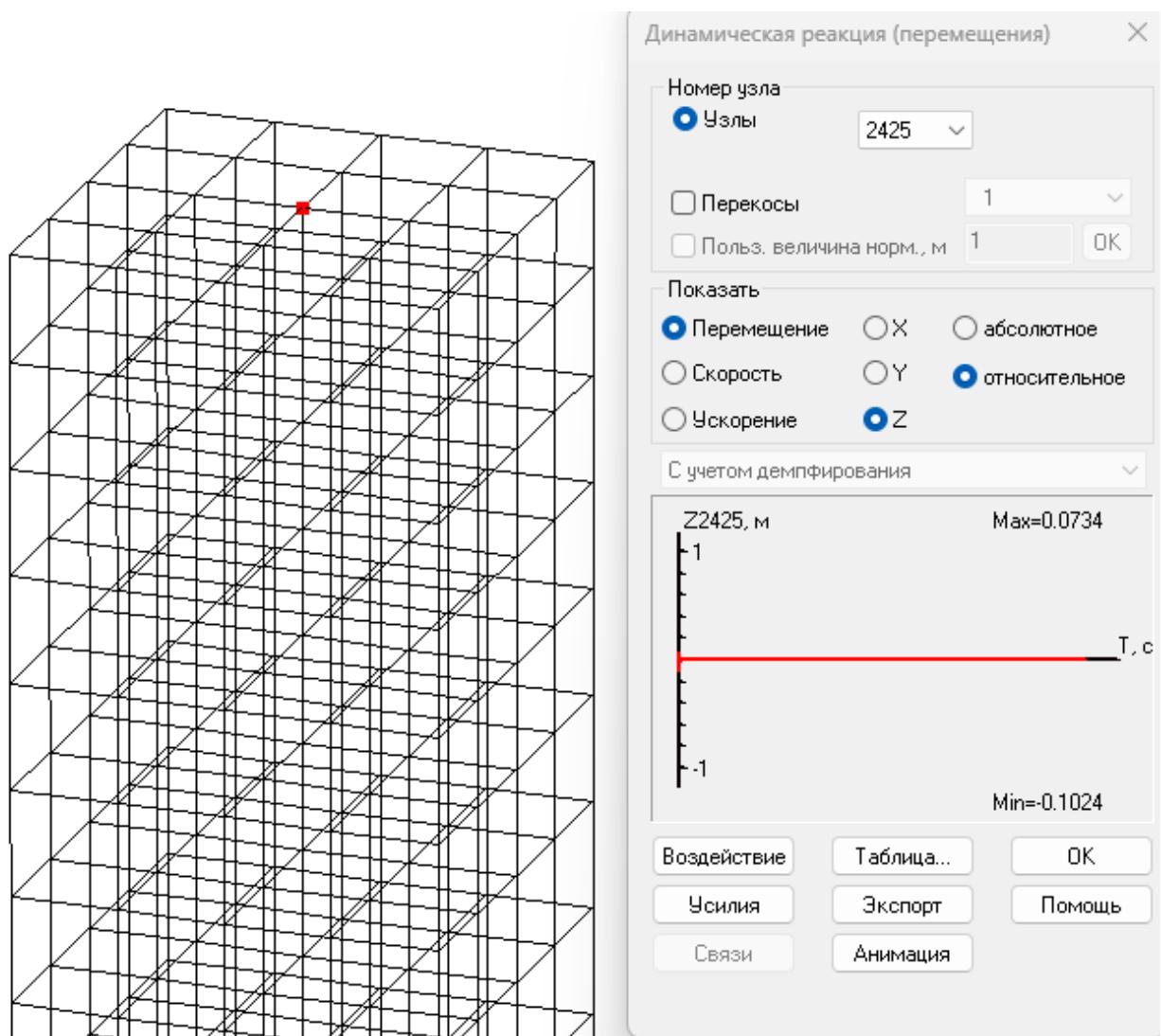
Оставляем такое же воздействие и нажимаем на «Расчет». Параметры оставляем такие же и нажимаем на «Реакция».



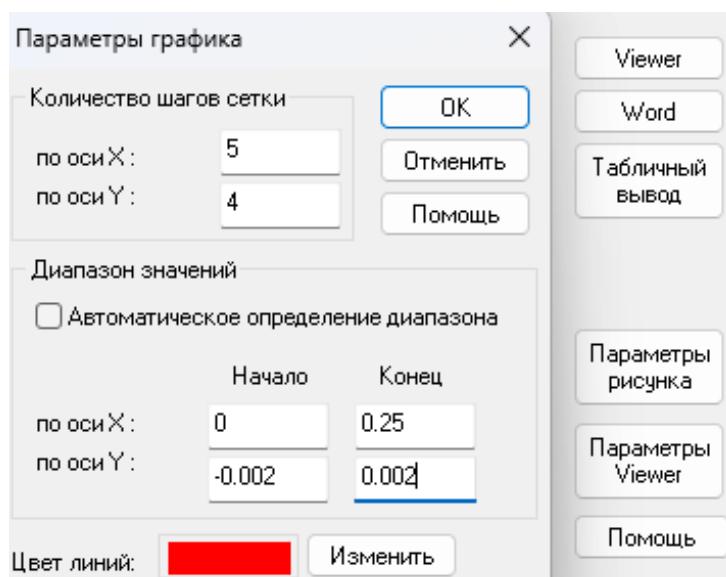
В предупреждении выбираем «Да».



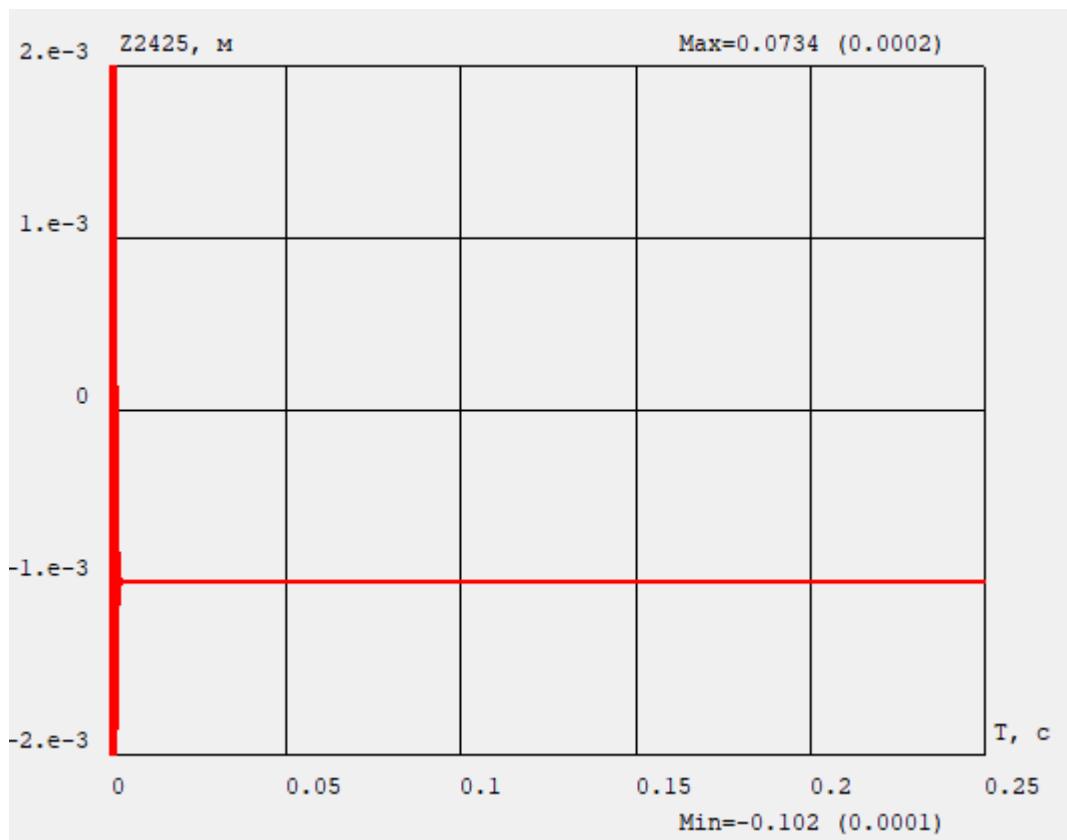
Выбираем центральный узел на верхней грани ( $0.125, 0.125, 10$ ). Устанавливаем на показ перемещений по Z.



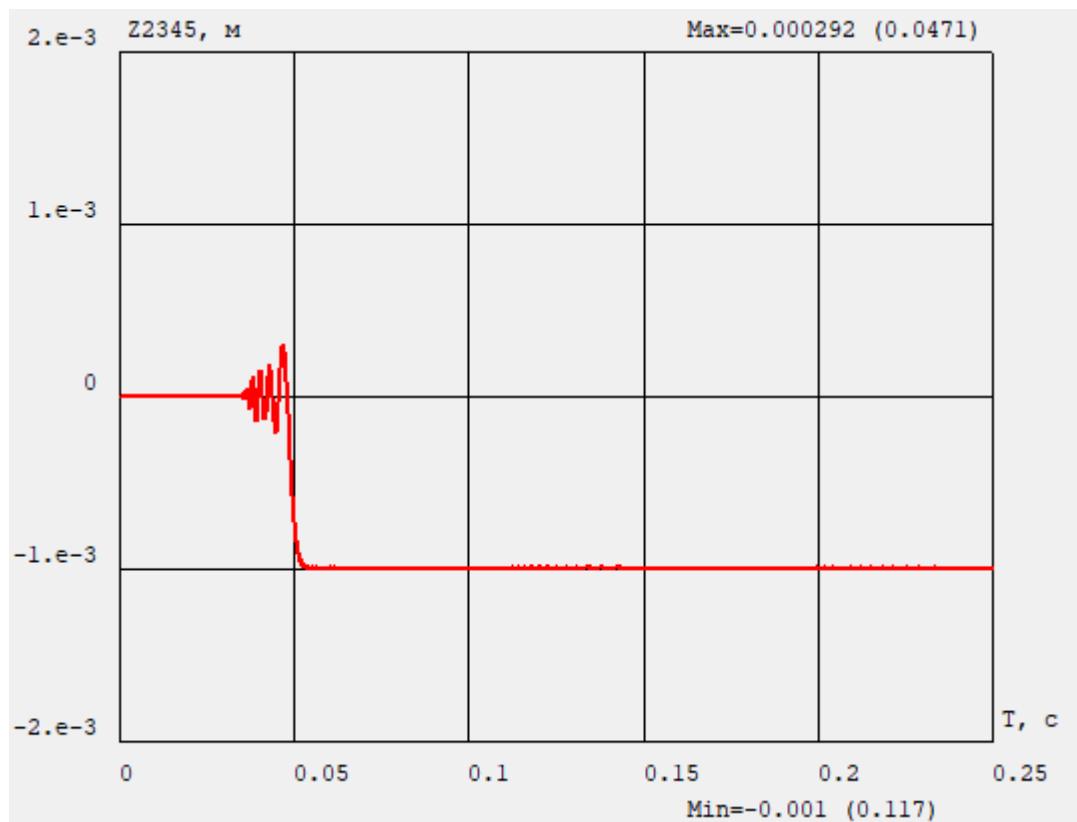
Двойным кликом открываем график. Нажимаем на «Параметры рисунка» для редактирования отображения. Устанавливаем следующие значения.



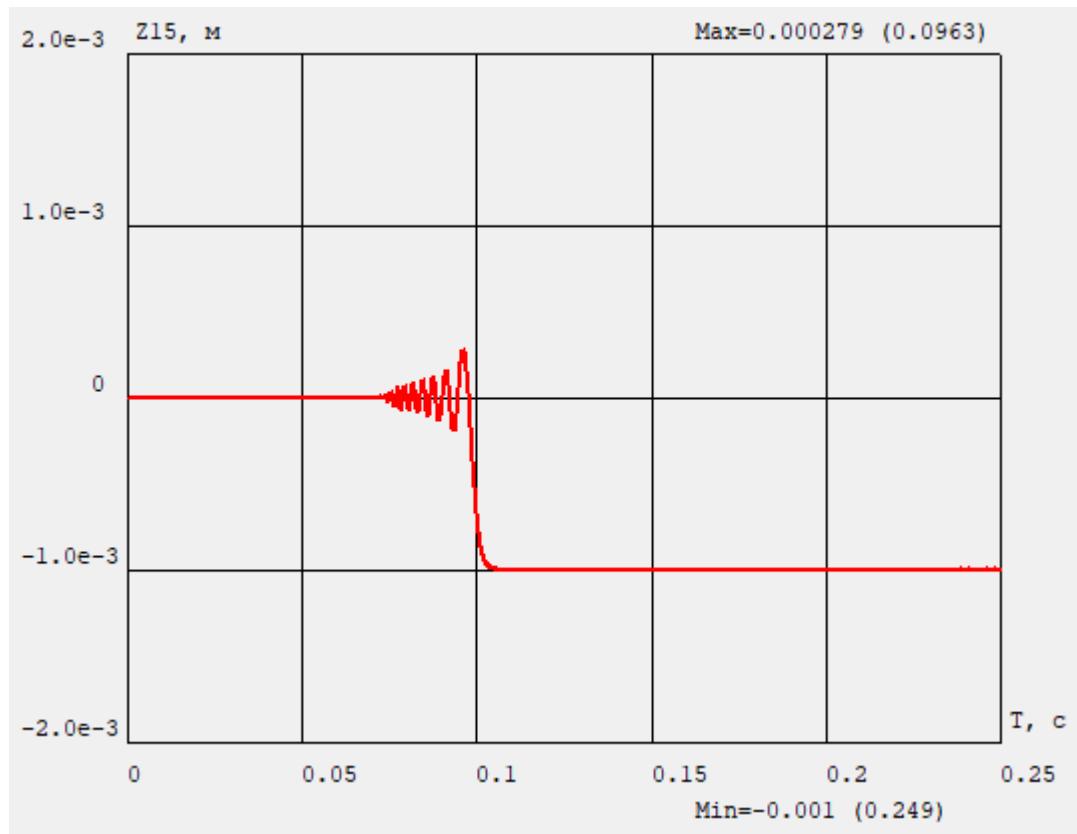
Получаем следующий график перемещений по z для верхней грани.



Далее выбираем центральный узел посредине колонны (0.125, 0.125, 5). Получаем для него следующий график. Теперь видно, что волна доходит до узла и далее поглощается без отражения.



И также график для центрального узла нижней грани (0.125, 0.125, 0).



#### 4. Анализ результатов

Скорость распространения волны  $V_p$  в ограниченной одномерной среде вычисляется следующим образом:

$$V_p = \sqrt{\frac{E_{oed}}{\rho}} ,$$

$$\text{Где } E_{oed} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} .$$

Учитывая заданные свойства материала, вычисленная скорость распространения волны  $V_p = 100 \text{ м/с}$ .

То есть, чтобы волна дошла до середины модели (5м) и до основания (10м) необходимо 0.05с и 0.1с соответственно. Данные значения подтверждаются полученными результатами в ходе расчетов.

Коэффициент демпфирования для жесткости был выбран не просто так. Он рассчитывался из формулы:

$$C = A\sqrt{E\rho} \left[ \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}} \right] ,$$

Где А – площадь основания ( $0.25\text{м} * 0.25\text{м} = 0.0625\text{м}^2$ ).

Данное значение распределенного демпфирования на площадь  $C \approx 11.875 \frac{\text{кН}\cdot\text{с}}{\text{м}}$ .

На нижней грани у нас 25 опор, при этом 4 из них с жесткостью  $1/4$  от полной, 12 из них с половинной жесткостью и 9 опор с полной жесткостью. Итого 16 опор с полной жесткостью. Поэтому для определения демпфирования на опору полученное значение  $C$  делим на число опор равное 16 ( $\frac{11.875}{16} \approx 0.742 \frac{\text{kH}\cdot\text{s}}{\text{m}}$ ). И далее разделим полученное значение на заданную жесткость опорам ( $0.01 \text{ kH/m}$ ). Получается  $\frac{0.742}{0.01} = 74.2 \text{ c}$ .

Но при данном коэффициенте демпфирования получались несколько неточные результаты, приведенные ниже на примере средней грани. Заметно, что волна не полностью была поглощена демпфированием и оказала эффект при обратном возвращении. Поэтому итоговый коэффициент был несколько скорректирован и принят равным 78 с.

