

Знакомство с МКЭ подсистемой

СтадиКон (СДК)

Одномерное распространение волн



Содержание

Содержание	2
1. Описание задачи	3
2. Конечно-элементный FEA-проект (Модель А)	4
2.1. Геометрия	4
2.2. Материал	8
2.3. Установка связей	9
2.4. Нагружение	11
2.5. Проверочный расчет	13
2.6. Динамический расчет	15
3. Модель Б	23
4. Анализ результатов	31

1. Описание задачи

В этом документе описан пример, который был использован для проверки правильности расчёта одномерного распространения волн в СтаДиКон.

Для моделирования одномерного распространения волн используется столб грунта длиной и шириной 0.25 м, и высотой 10 м.

К верхней границе модели прикладывается некоторая нагрузка, которая соответствует вертикальному смещению грани вниз на 1 мм.

Свойства материала:

- модуль упругости $E = 18000 \text{ кН/м}^2$
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$
- плотность $\rho = 19.62 \text{ кН/м}^3 \approx 2.00068 \text{ т/м}^3$

Будут рассматриваться два варианта граничных условий на нижней грани:

- Жесткая заделка, отражающая волны (А).
- Поглощающее граничное условие (Б).

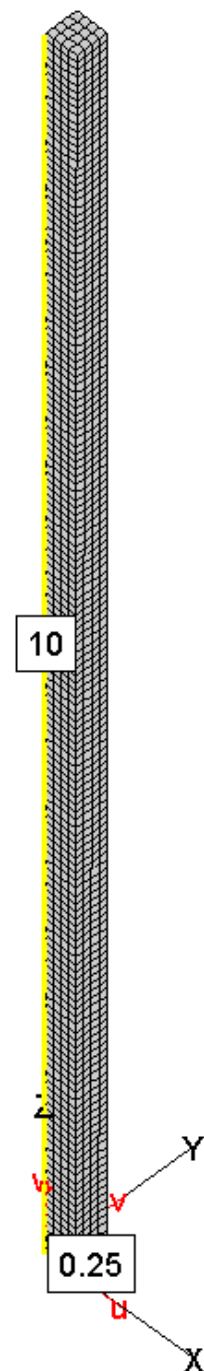
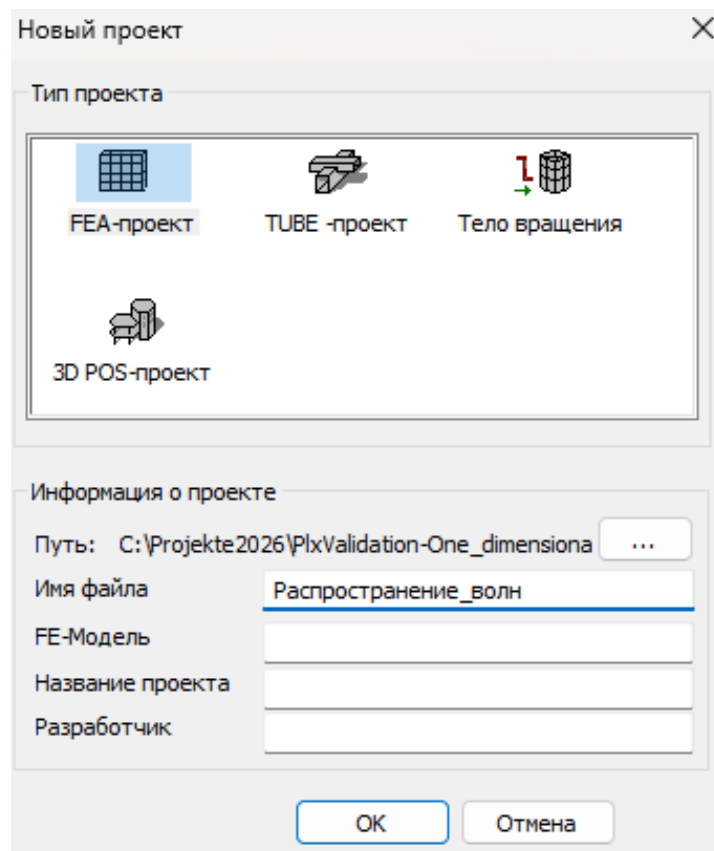


Рис. 1.1 – Схема модели.

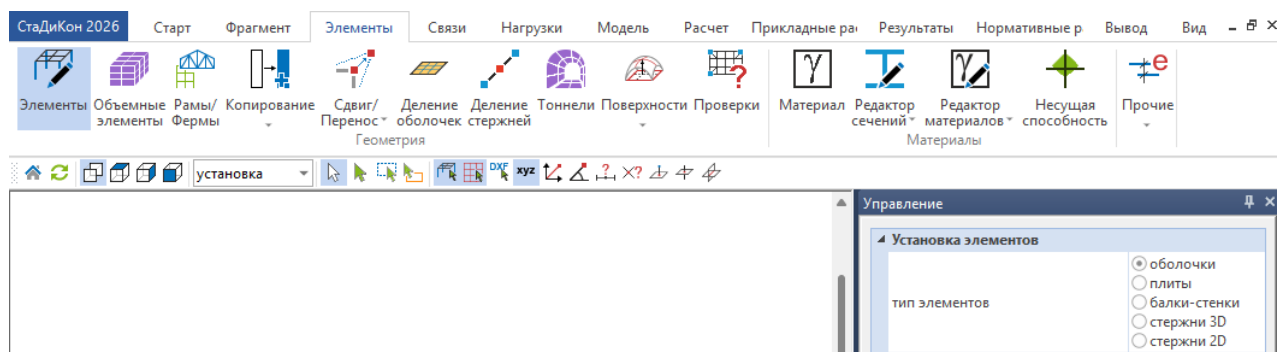
2. Конечно-элементный FEA-проект (Модель А)

Создаем новый проект. Выбираем тип проекта «FEA-проект».

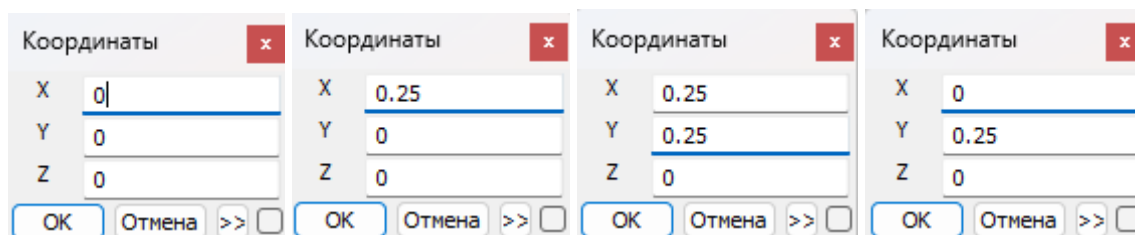


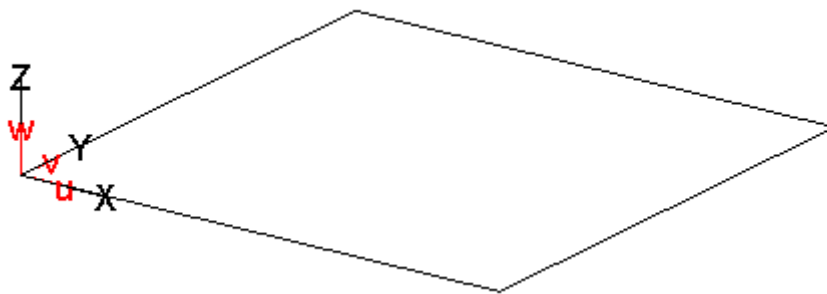
2.1. Геометрия

Переходим на вкладку «Элементы» и выбираем «Элементы». Тип элементов «оболочки».

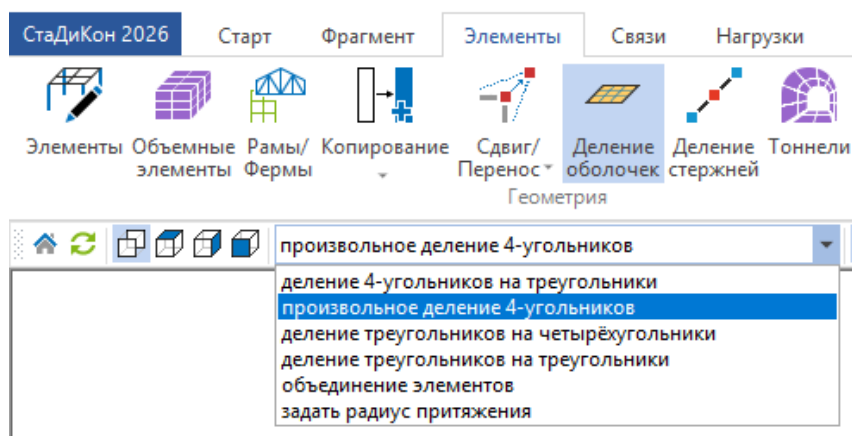


Задаем по координатам нижнюю грань.

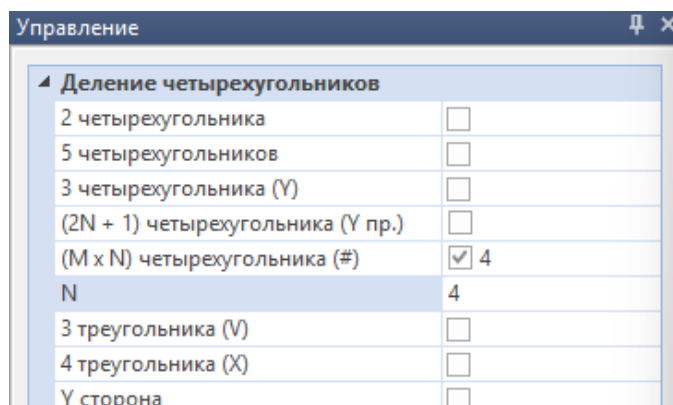




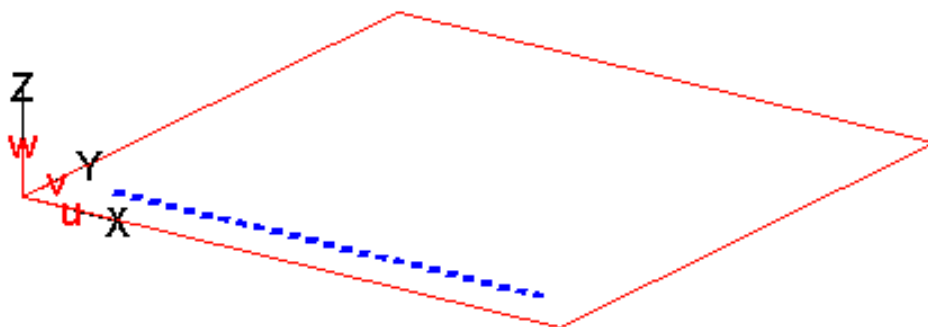
Далее разобьем оболочку. Для этого выбираем «Деление оболочек» и переключаем на «произвольное деление 4-угольников».



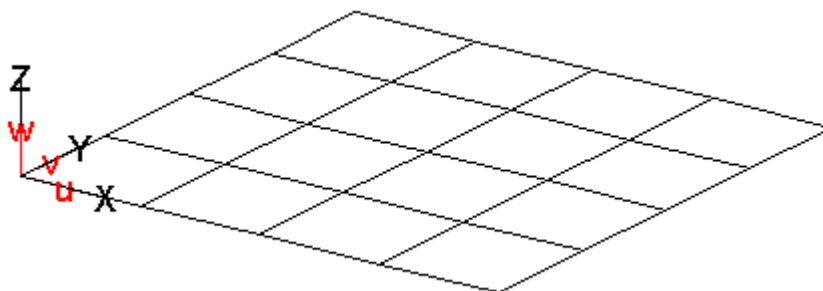
В окне «Управление» устанавливаем вид деления « $(M \times N)$ четырехугольника (#)» и задаем значения M и $N = 4$.



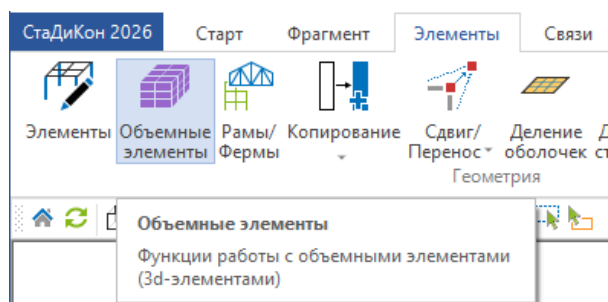
Далее нажатием ЛКМ выбираем оболочку.



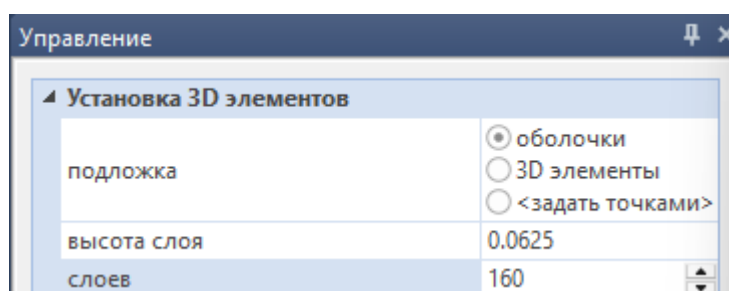
И подтверждаем деление нажатием ПКМ.



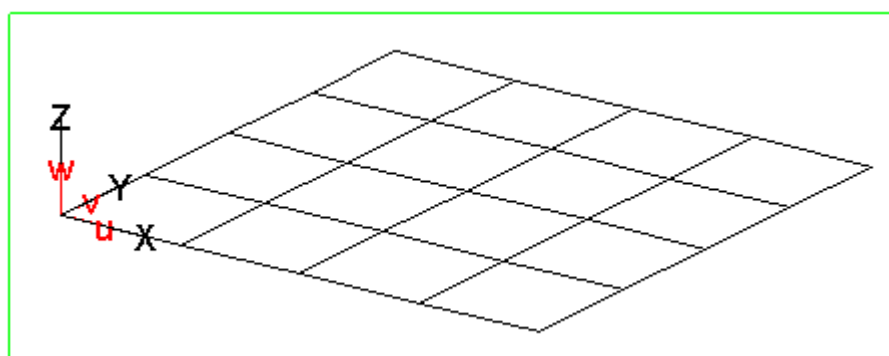
Теперь перейдем к созданию объемных элементов. Для этого на вкладке «Элементы» выбираем «Объемные элементы».



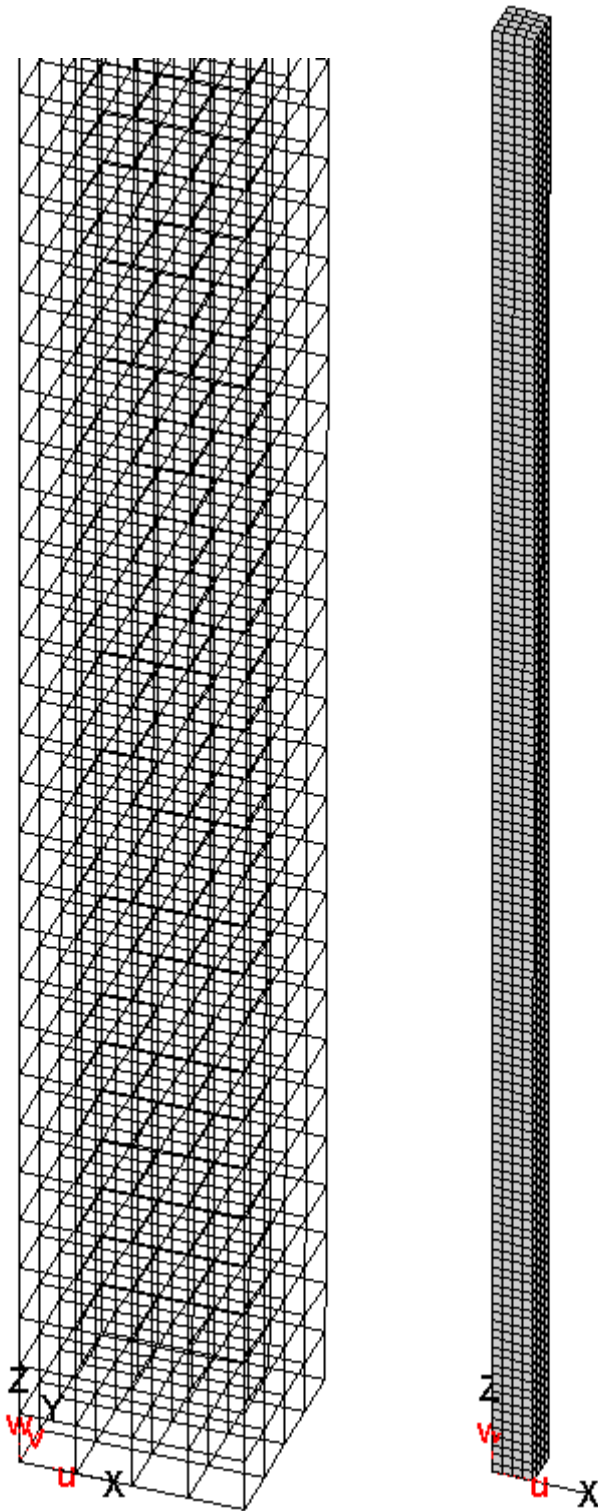
В качестве подложки выбираем «оболочки» и установим высоту и число слоев характерные итоговой высоте в 10м.




Далее групповым выбором выделяем все элементы.



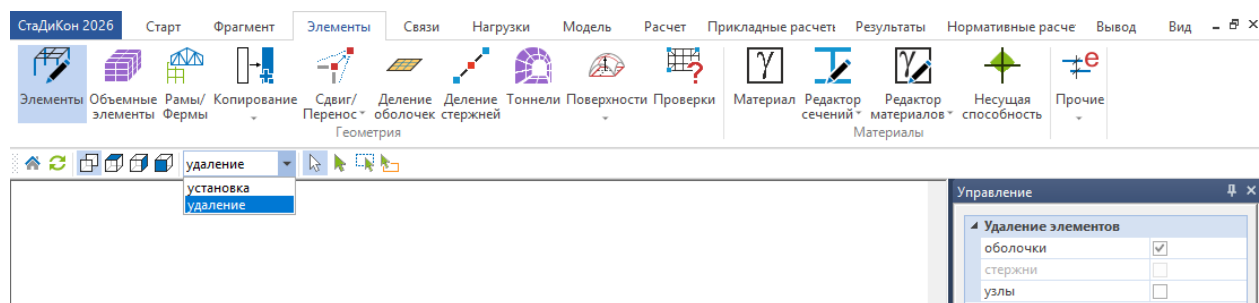
И получаем уже объемную схему.



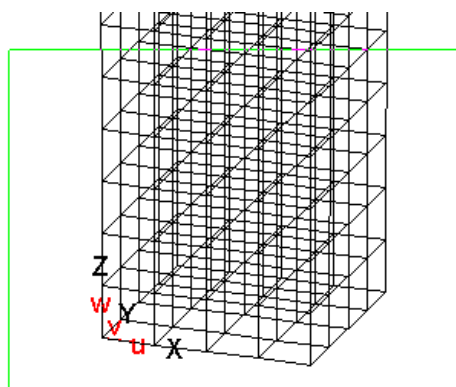
Для более удобного отображения на вкладке «Вид» можно включить отображение «покрытие».

Нагрузки	Модель	Расчет	Прикладные расчеты	Результаты	Нормативные расчеты	Вывод	Вид
) <input checked="" type="checkbox"/> покрытие	<input type="checkbox"/> номера узлов	<input type="checkbox"/> краевые условия	<input type="checkbox"/> координаты узлов	<input type="checkbox"/> 3D - просмотр	 Список окон Окна		
) <input type="checkbox"/> освещённость	<input type="checkbox"/> узлы	<input checked="" type="checkbox"/> сетка/контур	<input type="checkbox"/> этажи				
<input type="checkbox"/> номера элементов	<input type="checkbox"/> локальные координаты	<input type="checkbox"/> материалы	<input type="checkbox"/> группы констр. эл-тов				
							Показ

Теперь удалим изначальные оболочки, оставив только объемные элементы. Переходим на «Элементы» - «удаление» и выбираем «оболочки».

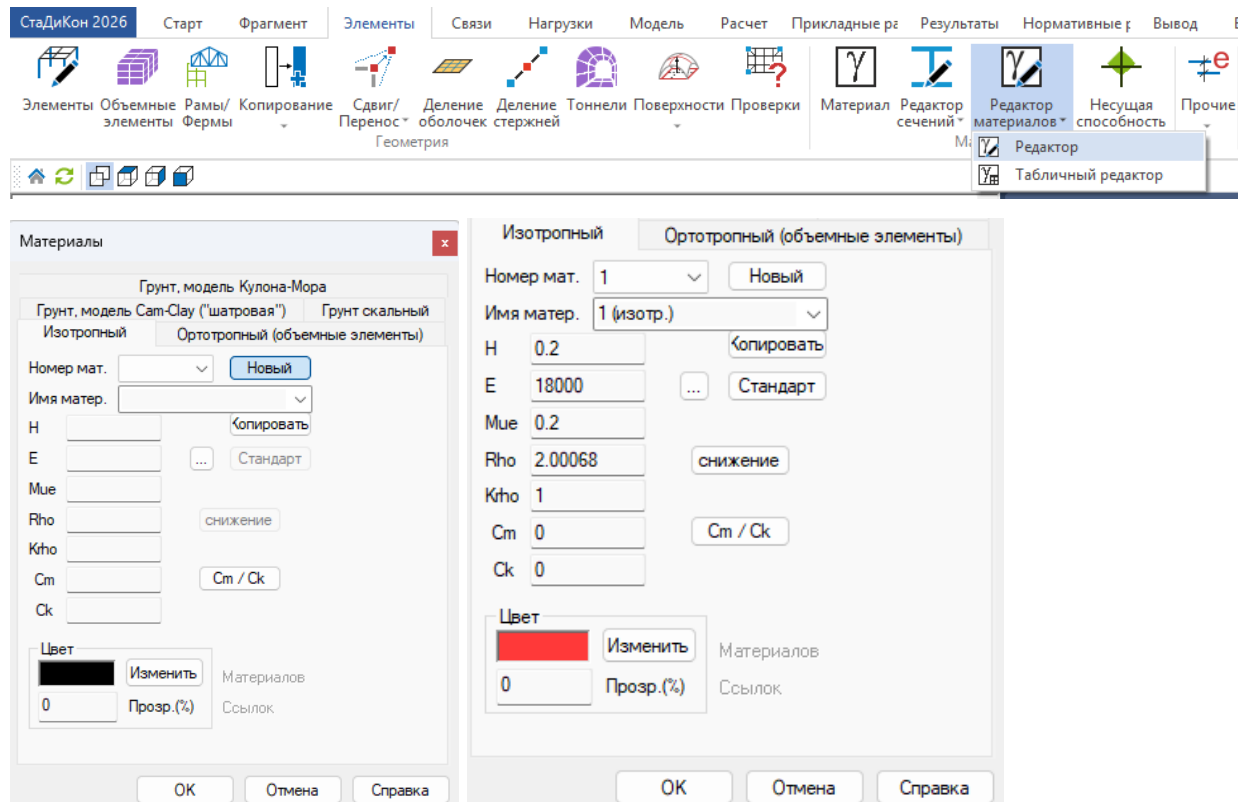


И выделяем нижнюю грань.

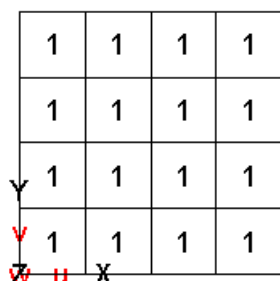
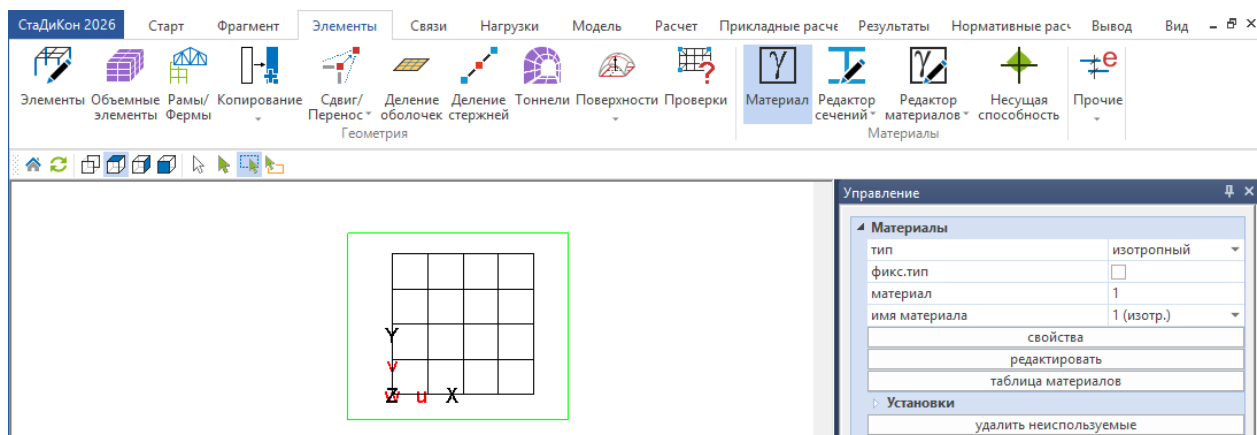


2.2. Материал

На вкладке «Элементы» выбираем «Редактор материалов» - «Редактор», выбираем – «Изотропный» и нажимаем на «Новый». После задаем параметры материала.

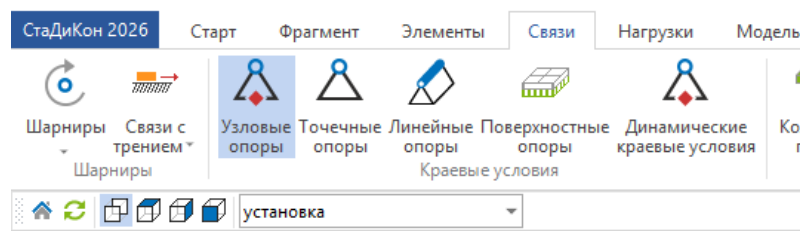


Далее переходим на «Материал», выбираем «тип – изотропный» и задаем созданный материал выделением всех элементов. Ниже показана проекция ХУ.

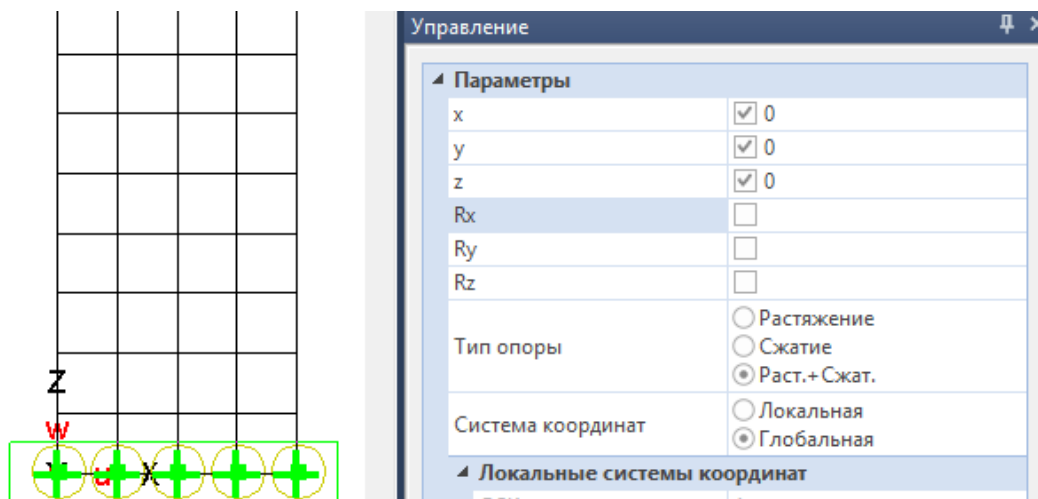


2.3. Установка связей

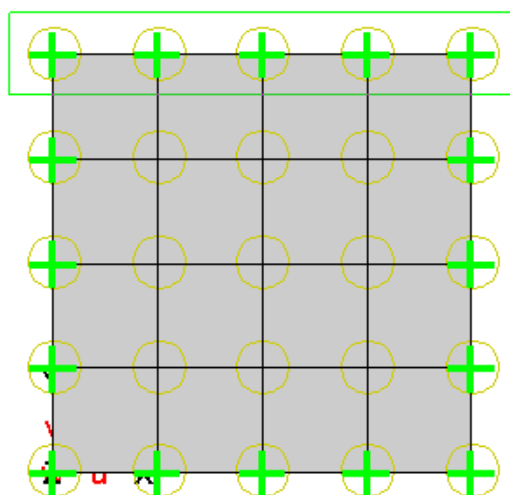
Перейдем к установке краевых условий. На вкладке «Связи» выбираем «Узловые опоры» - «установка».



Групповым выбором нижней грани ограничиваем перемещение по x , y , z .

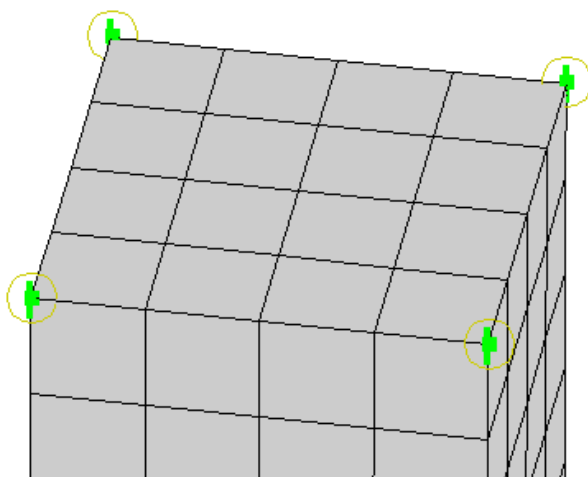


Все боковые грани (при $x=0$, $x=0.25$, $y=0$, $y=0.25$) ограничиваем по x , y .



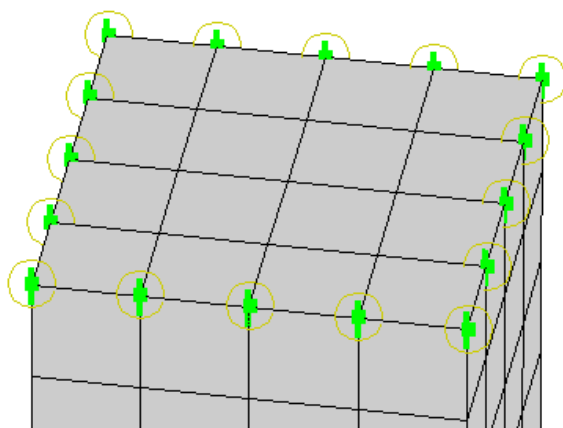
Управление	
Параметры	
x	<input checked="" type="checkbox"/> 0
y	<input checked="" type="checkbox"/> 0
z	<input type="checkbox"/>
Rx	<input type="checkbox"/>
Ry	<input type="checkbox"/>
Rz	<input type="checkbox"/>
Тип опоры	<input type="radio"/> Растяжение <input type="radio"/> Сжатие <input checked="" type="radio"/> Раст.+Сжат.
Система координат	<input type="radio"/> Локальная <input checked="" type="radio"/> Глобальная
Локальные системы координат	
ЛСК	1
Новая ЛСК	

На угловые узлы верхней грани (при $z=10$) устанавливаем ограничение по z с жесткостью равной $2.5e+06$ кН/м.



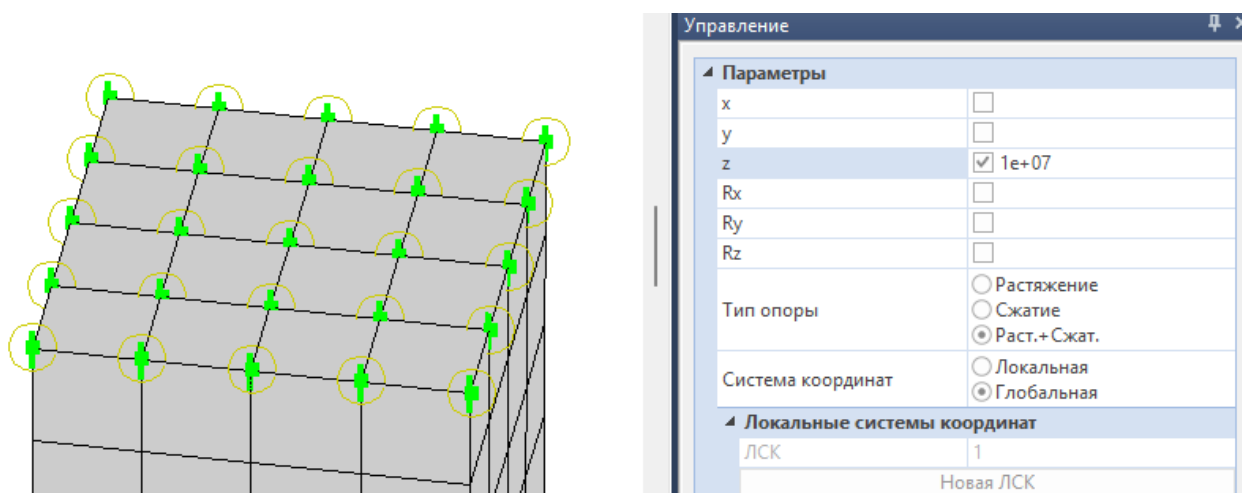
Управление	
Параметры	
x	<input type="checkbox"/>
y	<input type="checkbox"/>
z	<input checked="" type="checkbox"/> $2.5e+06$
Rx	<input type="checkbox"/>
Ry	<input type="checkbox"/>
Rz	<input type="checkbox"/>
Тип опоры	<input type="radio"/> Растяжение <input type="radio"/> Сжатие <input checked="" type="radio"/> Раст.+Сжат.
Система координат	<input type="radio"/> Локальная <input checked="" type="radio"/> Глобальная
Локальные системы координат	
ЛСК	1
Новая ЛСК	

На остальные узлы по периметру верхней грани, кроме угловых устанавливаем ограничение по z с жесткостью равной $5e+06$ кН/м.



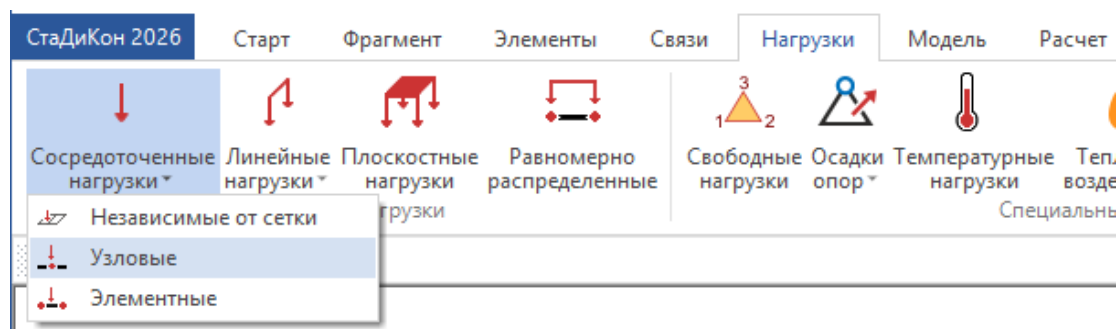
Управление	
Параметры	
x	<input type="checkbox"/>
y	<input type="checkbox"/>
z	<input checked="" type="checkbox"/> $5e+06$
Rx	<input type="checkbox"/>
Ry	<input type="checkbox"/>
Rz	<input type="checkbox"/>
Тип опоры	<input type="radio"/> Растяжение <input type="radio"/> Сжатие <input checked="" type="radio"/> Раст.+Сжат.
Система координат	<input type="radio"/> Локальная <input checked="" type="radio"/> Глобальная
Локальные системы координат	
ЛСК	1
Новая ЛСК	

И на оставшиеся центральные узлы верхней грани устанавливаем ограничение по z с жесткостью равной $1e+07$ кН/м.

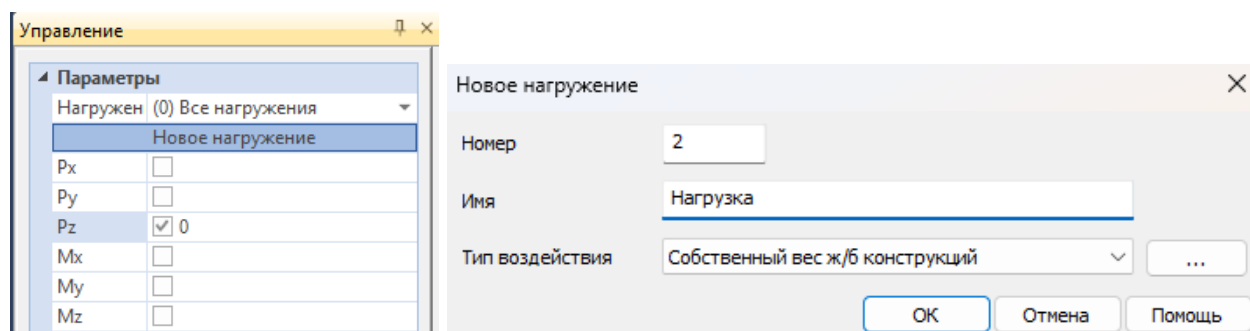


2.4. Нагружение

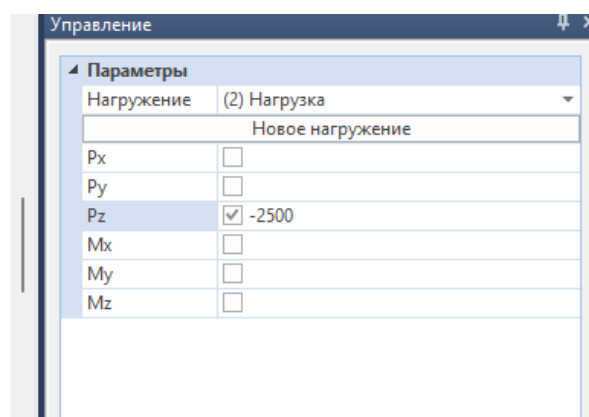
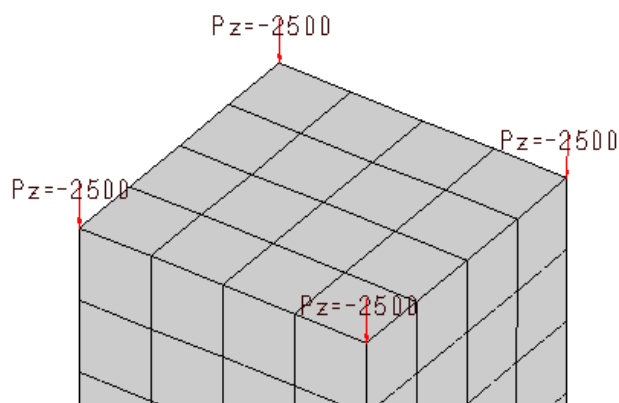
Перейдем к установке нагружения. На вкладке «Нагрузки» выбираем «Сосредоточенные нагрузки» - «Узловые».



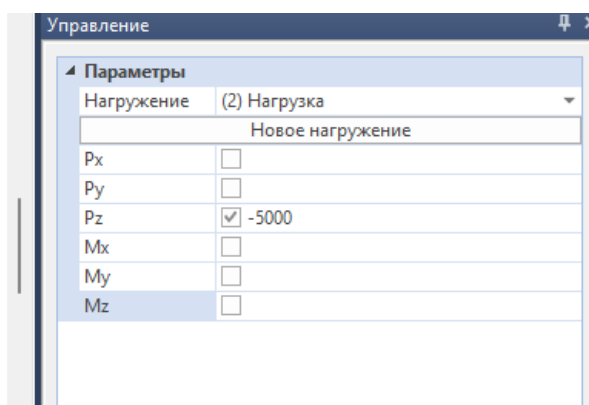
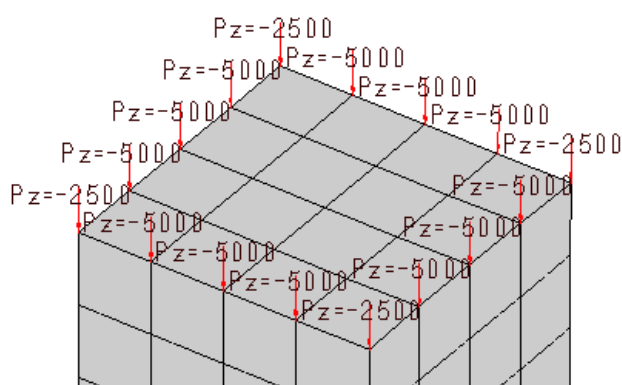
Создаем «Новое нагружение». Указываем номер нагружения – 2, так как в первое нагружение автоматически добавляется собственный вес.



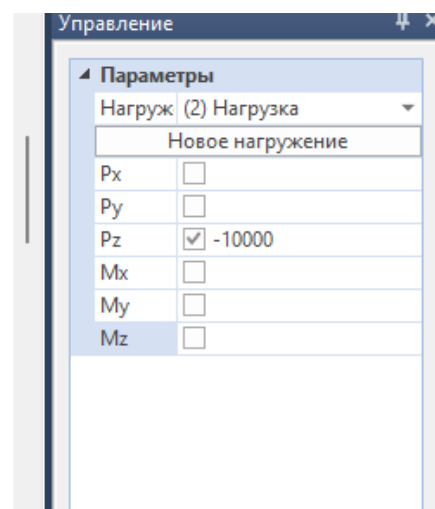
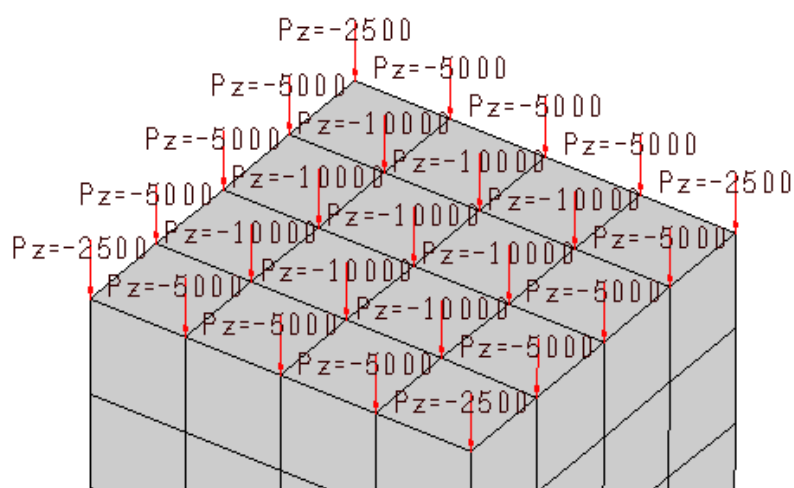
И задаем нагрузку $P_z = -2500 \text{ кН}$ на угловые узлы верхней грани.



Задаем нагрузку $P_z = -5000 \text{ кН}$ на остальные узлы по периметру верхней грани.

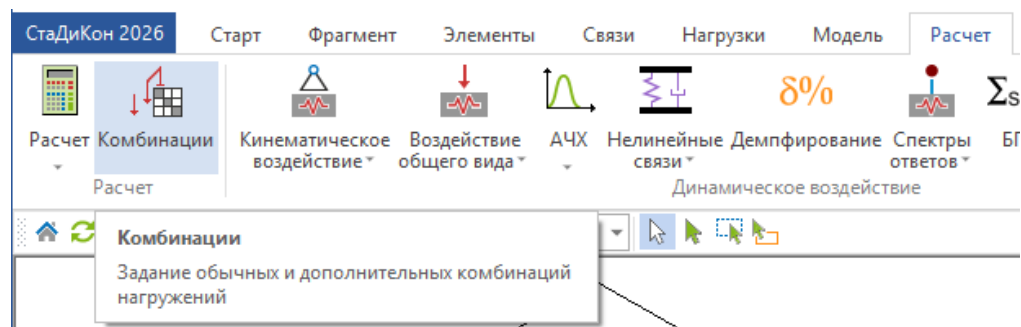


И задаем нагрузку $P_z = -10000 \text{ кН}$ на остальные центральные узлы верхней грани.

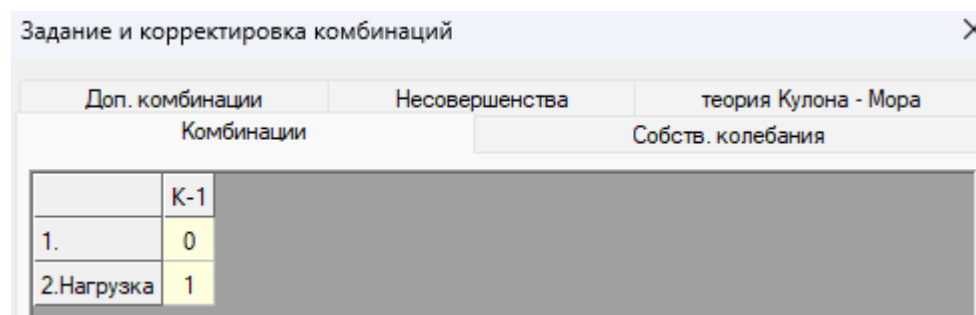


2.5. Проверочный расчет

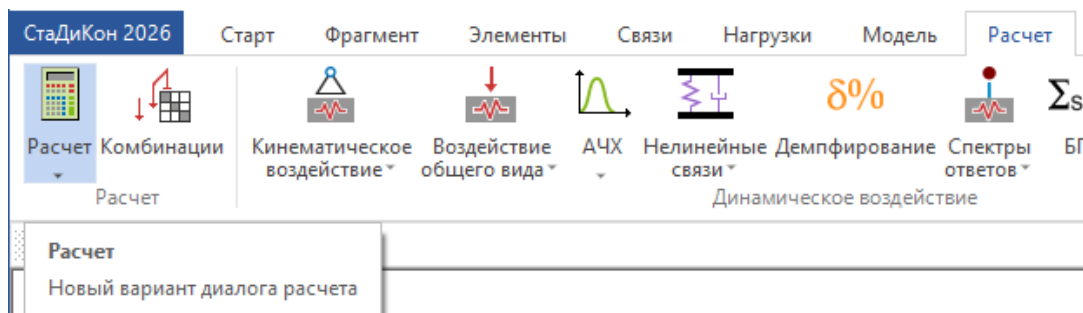
Переходим на вкладку «Расчет» и выбираем «Комбинации».



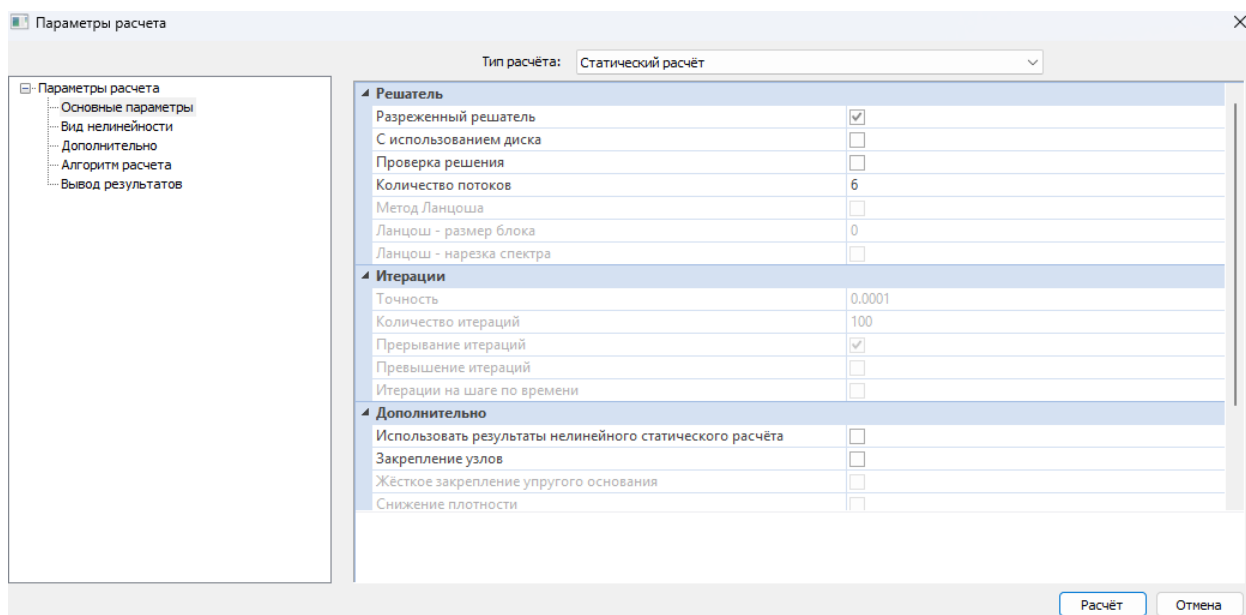
Создадим следующую комбинацию.



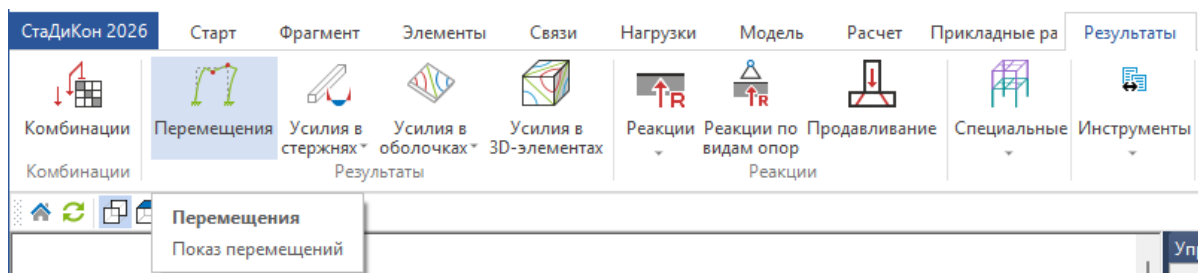
Теперь выбираем «Расчет».



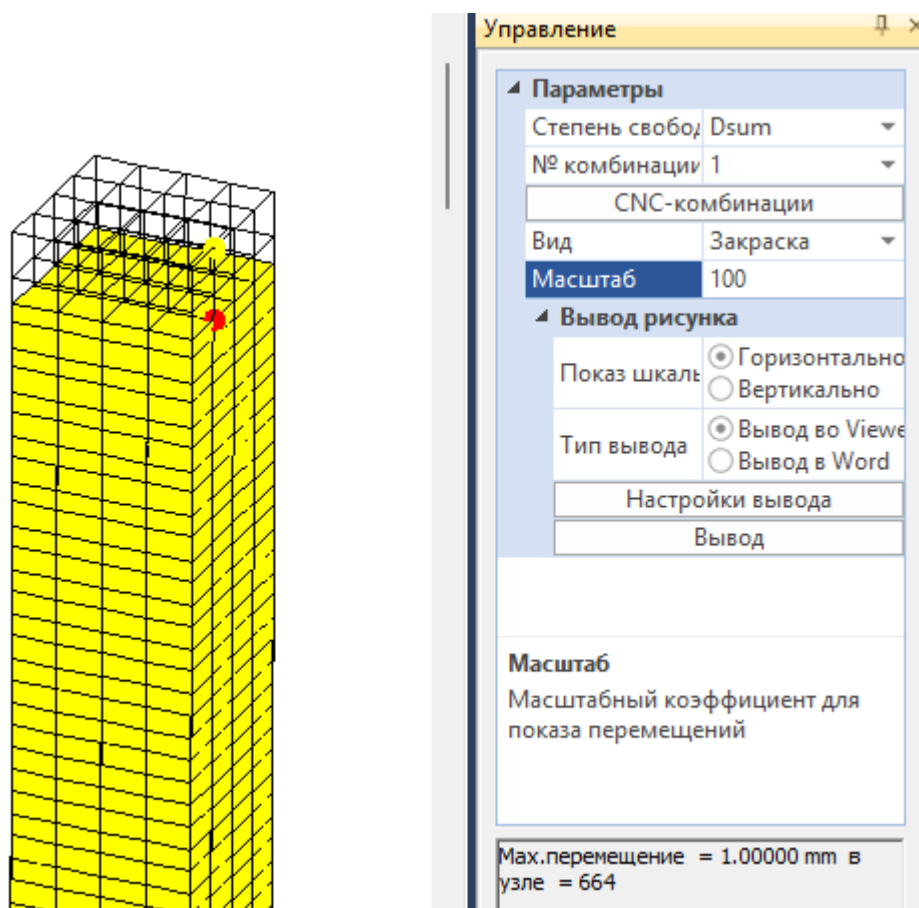
Параметры оставляем по умолчанию и запускаем проверочный статический расчет.



После расчета на вкладке «Результаты» выбираем «Перемещения».

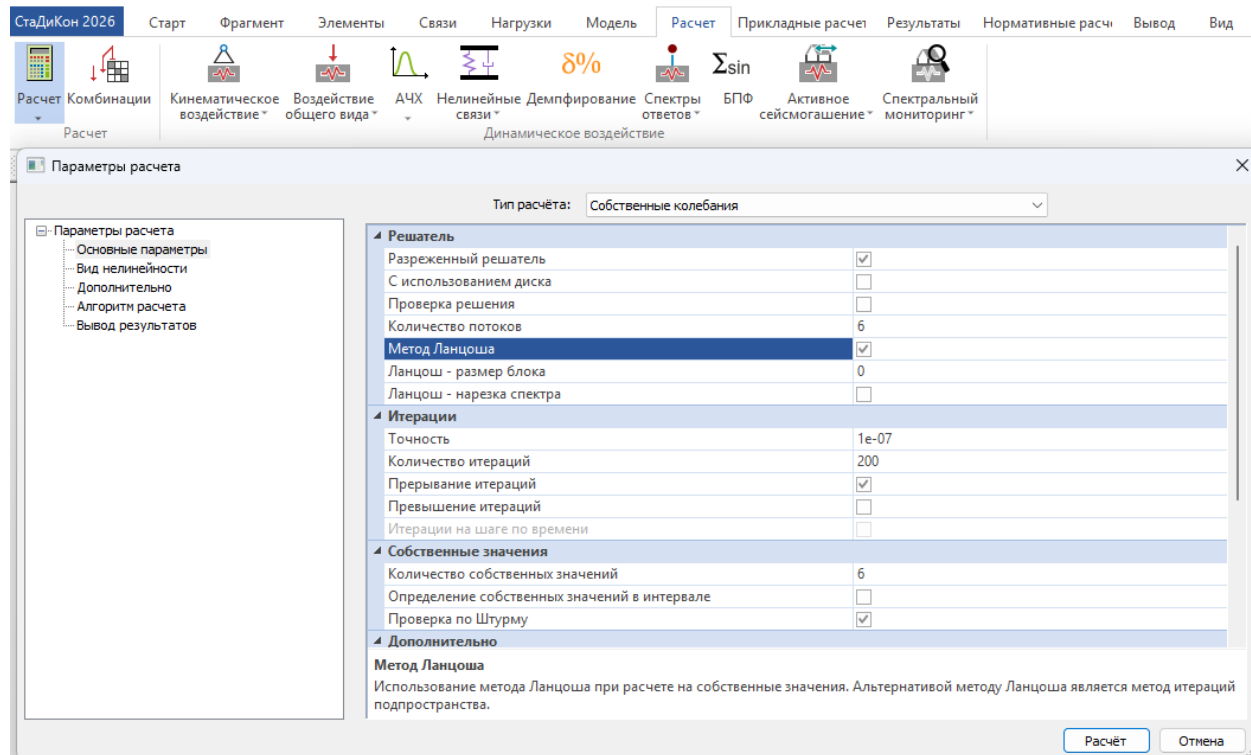


Получаем требуемое перемещение в 1 мм на верхней грани.

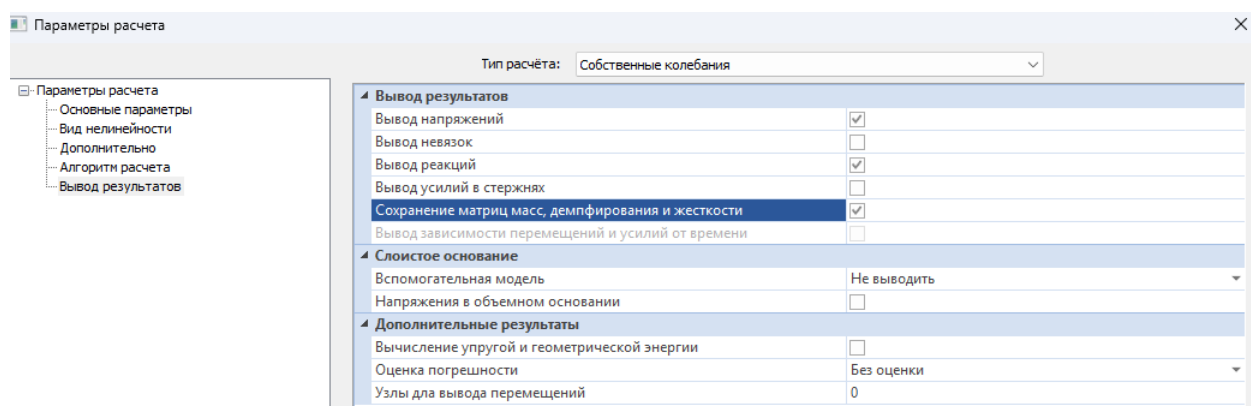


2.6. Динамический расчет

На вкладке «Расчет» выбираем «Расчет». Устанавливаем тип расчета – «Собственные колебания». Во вкладке «Основные параметры» включаем «Метод Ланцоша».

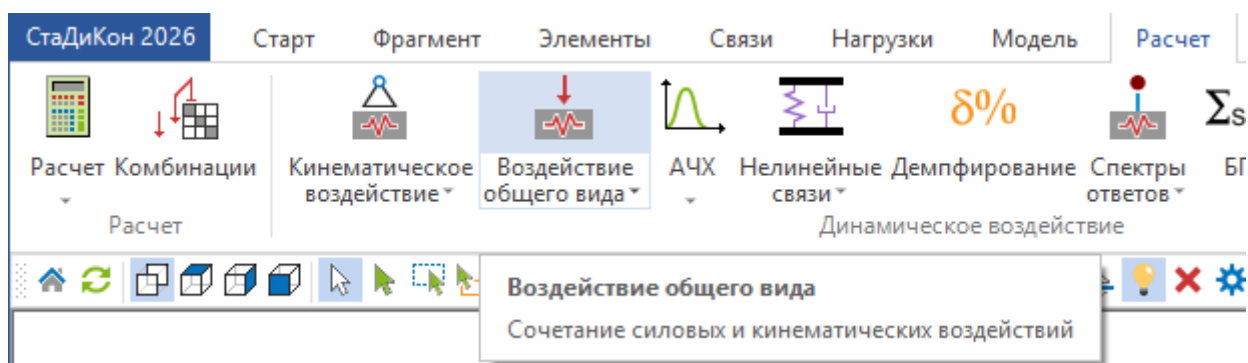


На вкладке «Вывод результатов» включаем «Сохранение матриц масс, демпфирования и жесткости».

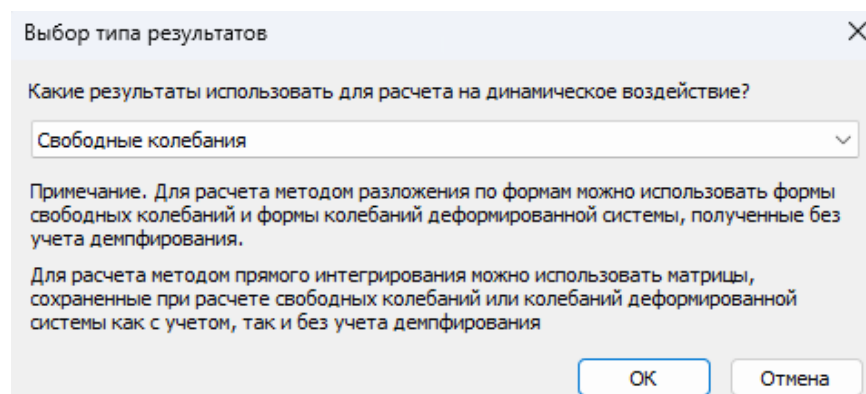


Запускаем расчет.

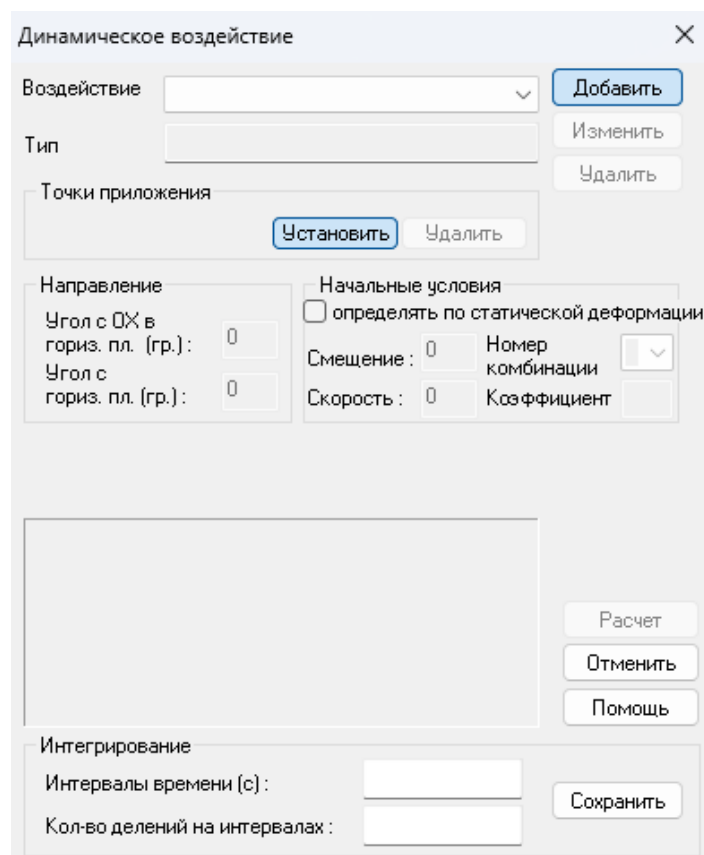
После выполнения расчета на вкладке «Расчет» выбираем «Воздействие общего вида».



В качестве типа результатов выбираем «Свободные колебания».



В окне «Динамическое воздействие» нажимаем «Добавить» для задания воздействия.



Тип воздействия устанавливаем «из нагрузений».

Выберите тип воздействия

Узловая нагрузка

☐ Сила

☐ Момент

Поле ускорений

☐ неравномерное

☐ равномерное

☒ из нагрузений

Комбинация № 1

Деформационные и температурные нагрузки не учитываются!

ОК

Отменить

Помощь

Далее задаем некоторое имя воздействию и заполняем таблицу воздействия следующим образом. Нажимаем «ОК».

Задание коэффициента для изменения нагрузки (воздейств...)

Файл: ...

Имя: Воздействие

Способ задания

☒ по точкам

☐ формулой вида: $\alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(\omega_i t + f_i)$

Время (с)	Коэффициент
0	1
0.25	1

Добавить

Удалить

Заполнить

Сдвиг по времени

ОК

Отменить

Помощь

График: F(t) vs t

Сохраняем воздействие.

Имя файла: Воздействие

Тип файла: в табличной форме (*.dn2)

Скрыть папки

Сохранить

Отмена

Для установки некоторых параметров нажимаем «*Расчет*».

Динамическое воздействие

Воздействие: 1. Воздействие

Тип: Статическая нагрузка (комбинация 1)

Точки приложения

Направление

Угол с ОХ в гориз. пл. (гр.): 0

Угол с гориз. пл. (гр.): 0

Начальные условия

☐ определять по статической деформации

Смещение: 0

Скорость: 0

Номер комбинации

Коэффициент

Расчет

Отменить

Помощь

Интегрирование

Интервалы времени (с):

Кол-во делений на интервалах:

Сохранить

В пункте «*Демпфирование*» нажимаем на «>>». Выбираем «*Задать коэффициенты равными, %*» и устанавливаем значение 0.2.

Коэффициенты демпфирования

☐ Из матрицы демпфирования, построенной с учетом коэффициентов C_m и C_k материала

☐ Из результатов расчета на собственные колебания системы с демпфированием

☒ Задать коэффициенты равными, % 0.2

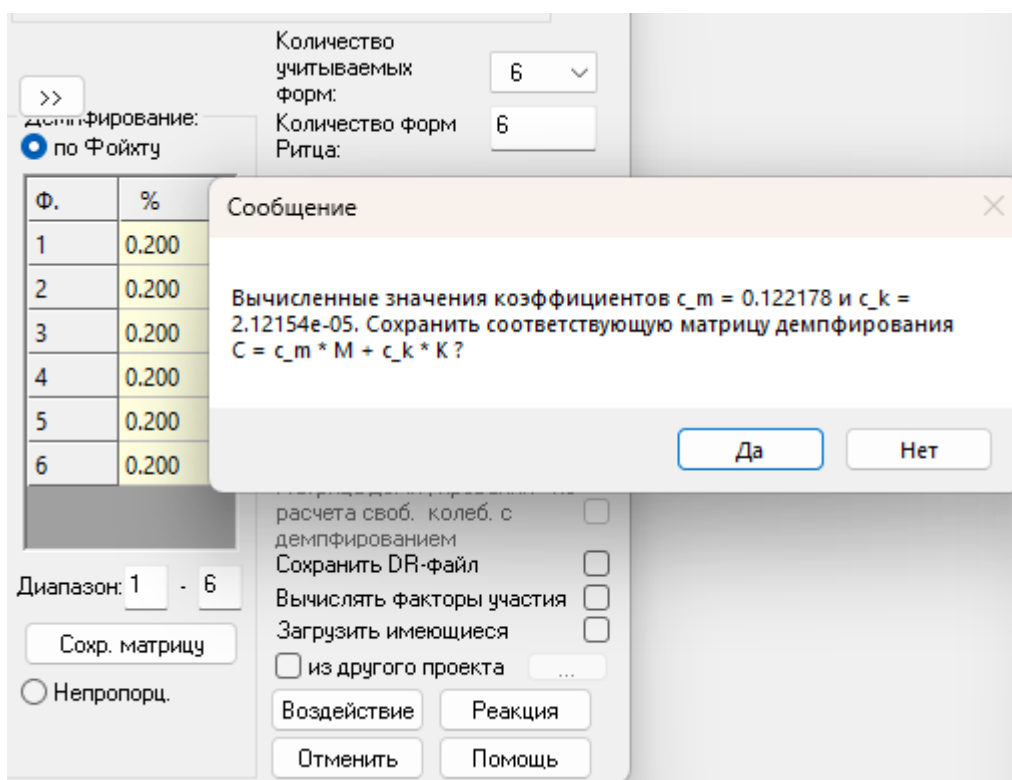
☐ Из матрицы жесткости

☐ Из матрицы масс

ОК

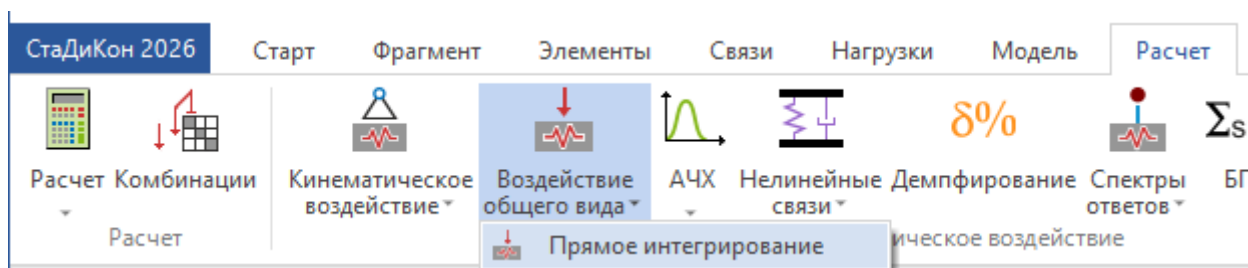
Отмена

Под таблицей с демпфированием нажимаем «*Сохр. матрицу*». Подтверждаем нажатием «*Да*».

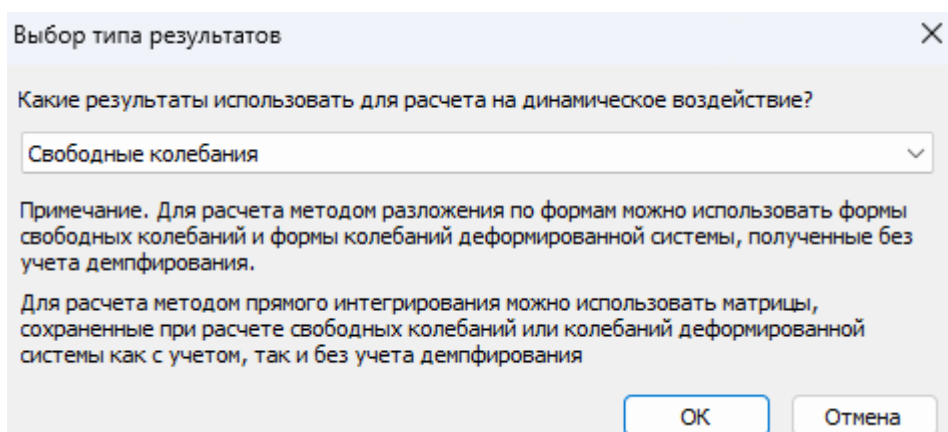


После установки данных параметров выходим из данного пункта нажатием «*Отменить*».

Теперь на вкладке «**Расчет**» нажимаем на нижнюю часть пункта «*Воздействие общего вида*» около стрелочки и выбираем «*Прямое интегрирование*».



Также оставляем «*Свободные колебания*» и жмем «*ОК*».



Далее вновь нажимаем на «Расчет».

Динамическое воздействие

Воздействие: 1. Воздействие

Тип: Статическая нагрузка (комбинация 1)

Точки приложения: Установить Удалить

Направление: Угол с OX в гориз. пл. (гр.): 0

Начальные условия: ☒ определять по статической деформации

Смещение: 0 Номер комбинации: Коэффициент:

Скорость: 0

Интегрирование: Интервалы времени (с): Кол-во делений на интервалах:

Расчет

Отменить

Помощь

Сохранить

В открывшихся параметрах устанавливаем «Интервал интегрирования = 0.25» и «Шаг выдачи (с) = 0.0001».

Параметры расчета

Интервал интегрирования: 0.25 Шаг выдачи (с): 0.0001

Учитываемая мощность воздействия (%): 99

Метод интегрирования: Уилсона

Обратные связи и спектральный мониторинг: ☒ не учитывать

☐ учитывать обратные связи

☐ учитывать обратные связи (ЛМН)

☐ учитывать результаты спектрального мониторинга

Вычисление правой части СДУ:

Учет нелинейных связей: ☐

Учет недиагональных масс: ☒

Учет демпфирования: ☒

☐ Сохранять результаты после расчета

Воздействие

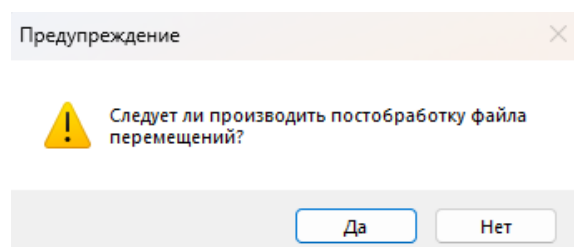
Реакция

Отменить

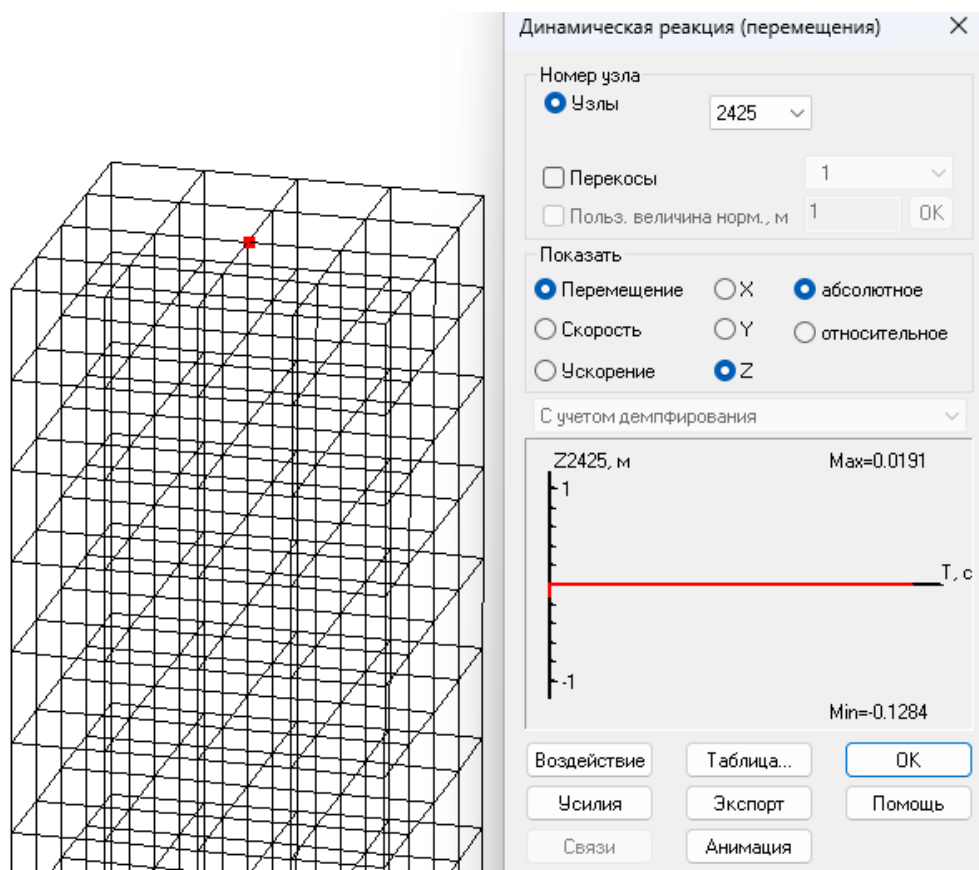
Помощь

После чего нажимаем на «Реакция».

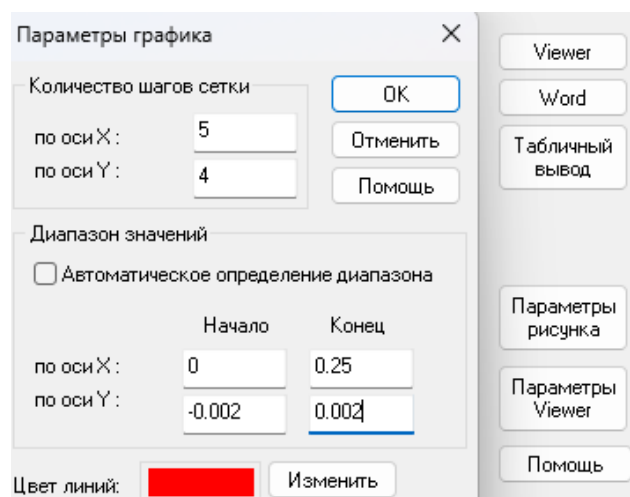
В возникающем предупреждении выбираем «Да».



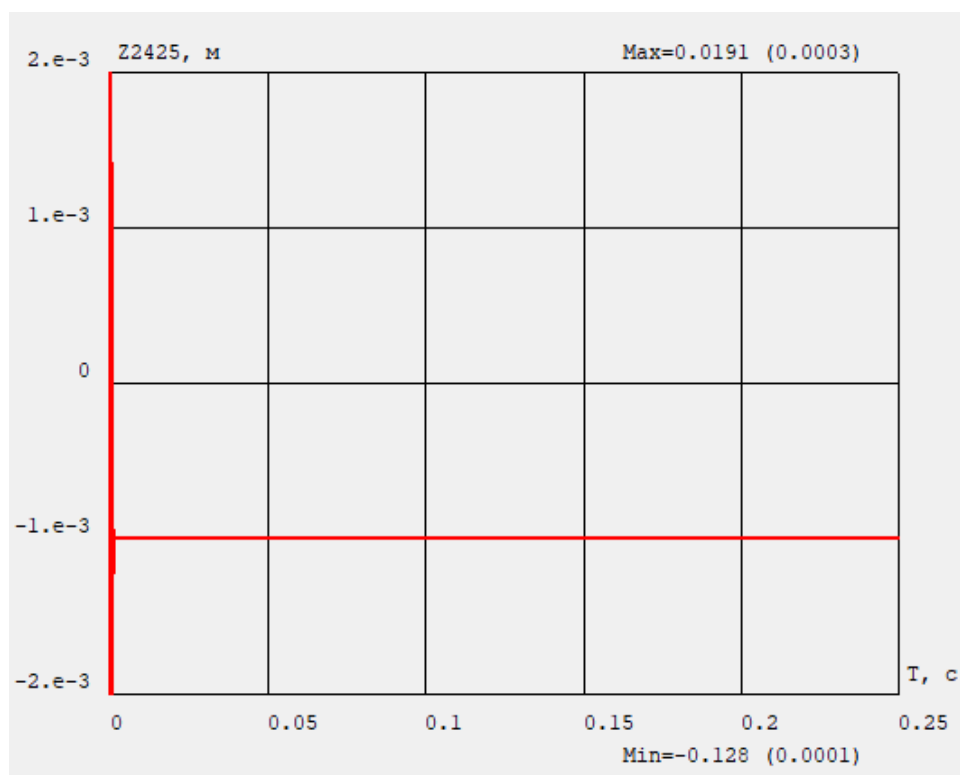
Выбираем центральный узел на верхней грани (0.125, 0.125, 10). Устанавливаем на показ перемещений по z.



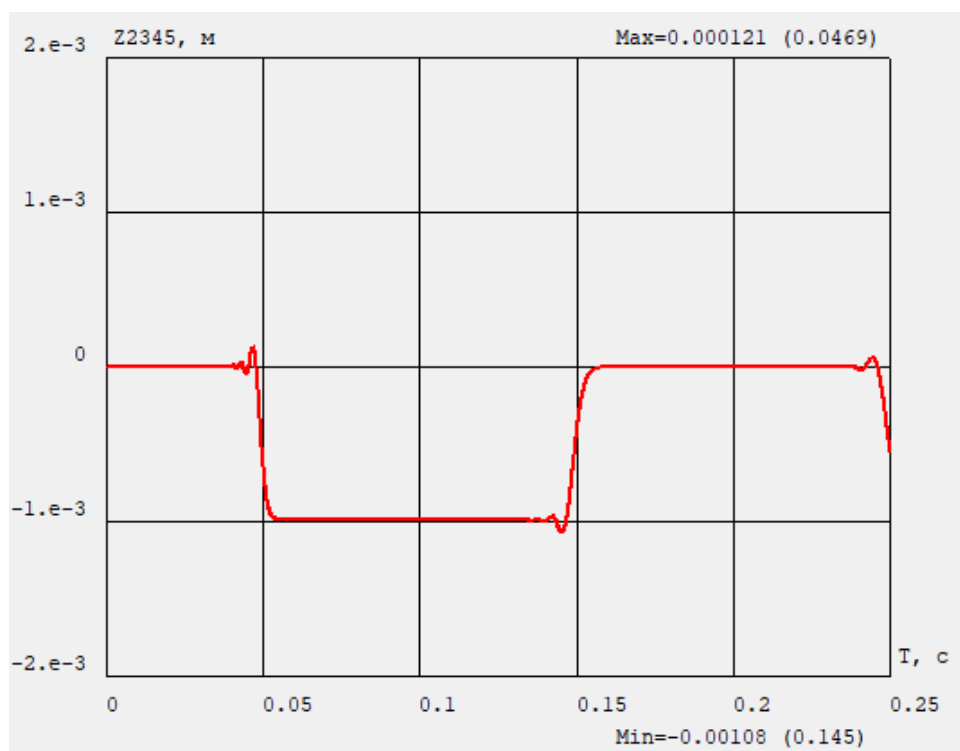
Двойным кликом открываем график. Нажимаем на «*Параметры рисунка*» для редактирования отображения. Устанавливаем следующие значения.



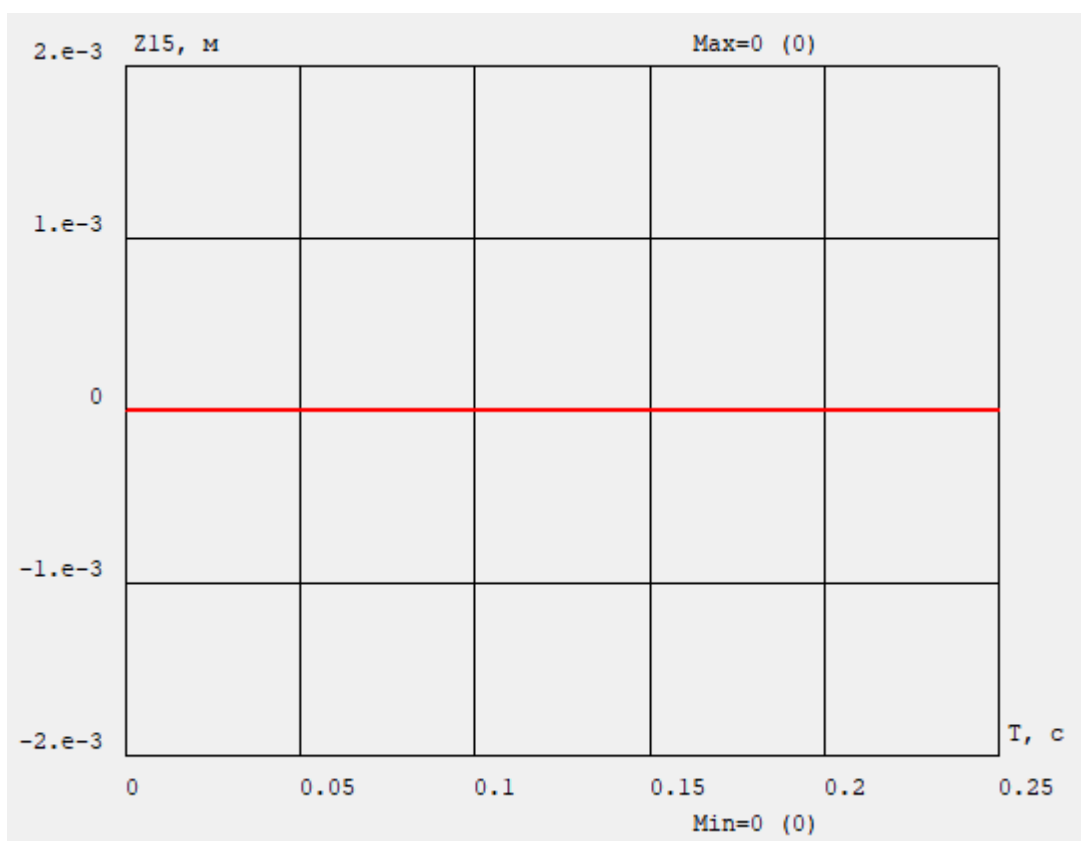
Получаем следующий график перемещений по z для верхней грани. Из-за мгновенного приложения нагрузки возникает неточность около нулевого момента времени, но сразу же задача стабилизируется и получаем, как и ожидалось, заданное перемещение в 1 мм.



Далее выбираем центральный узел посередине колонны (0.125, 0.125, 5). Получаем для него следующий график. Наглядно заметно, как волна доходит до узла, а после отражается обратно от нижней грани.



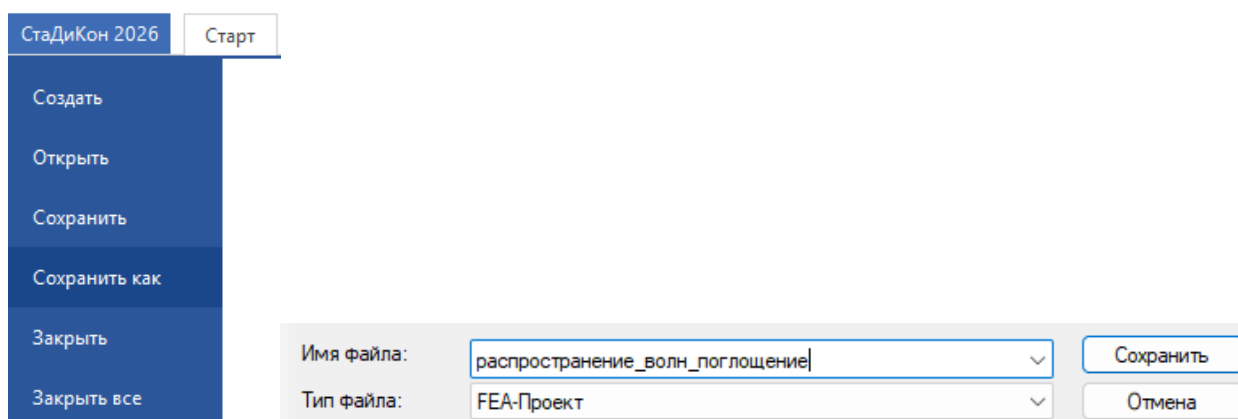
И также график для центрального узла нижней грани (0.125, 0.125, 0). В данном случае грань закреплена, поэтому получаем нулевые перемещения.



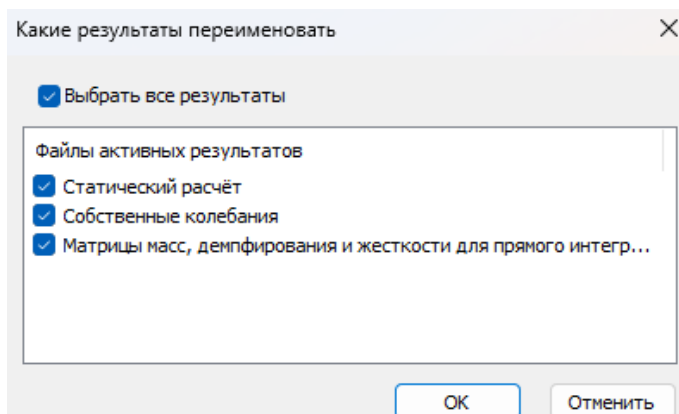
3. Модель Б

Теперь рассмотрим схему с поглощающим граничным условием на нижней грани.

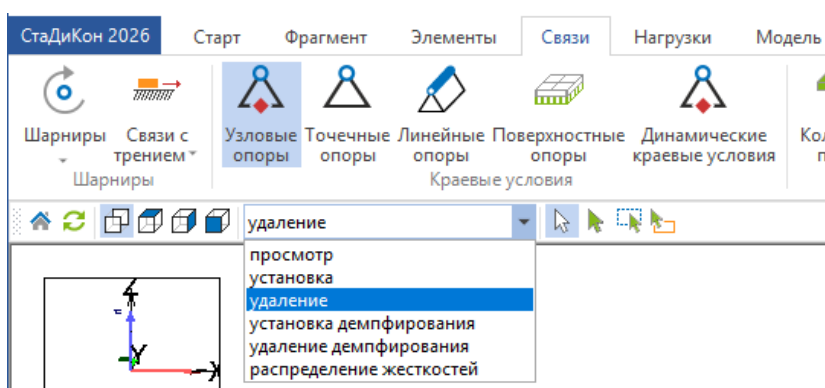
Сохраним копию задачи под другим именем. На вкладке «СтаДиКон» выбираем «Сохранить как» и сохраняем под другим названием.



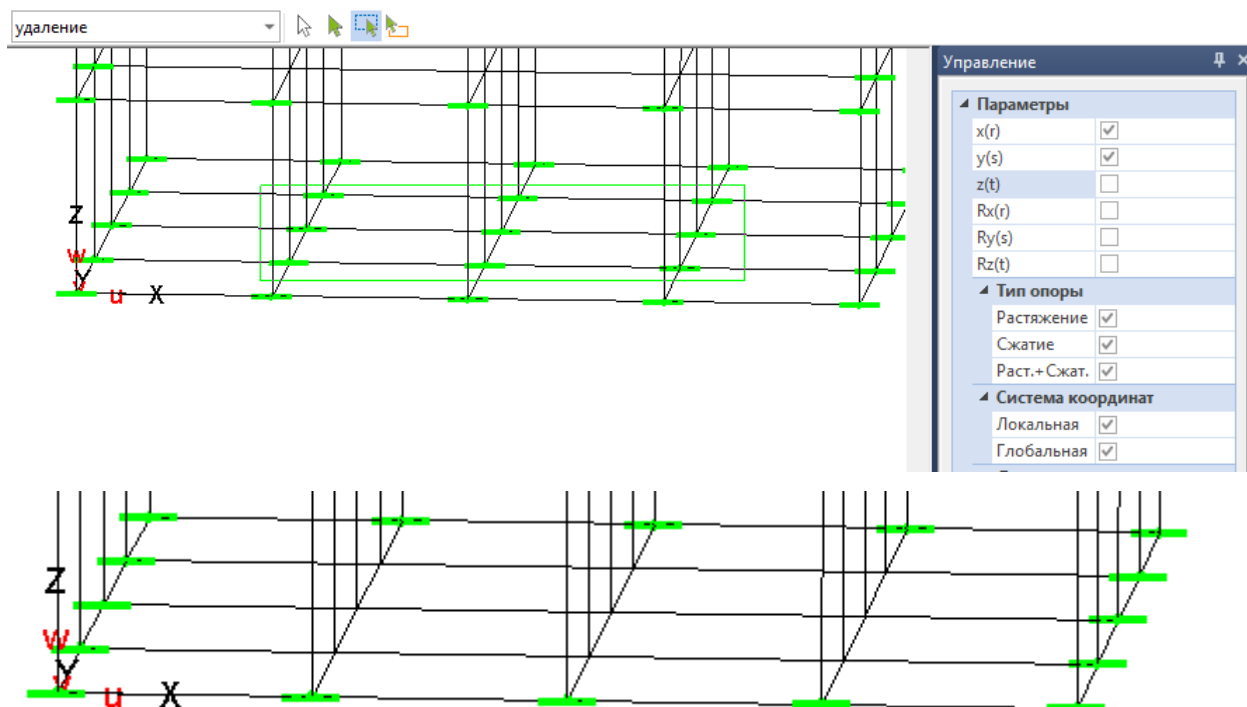
Соглашаемся с сохранением всех прошлых результатов расчета.



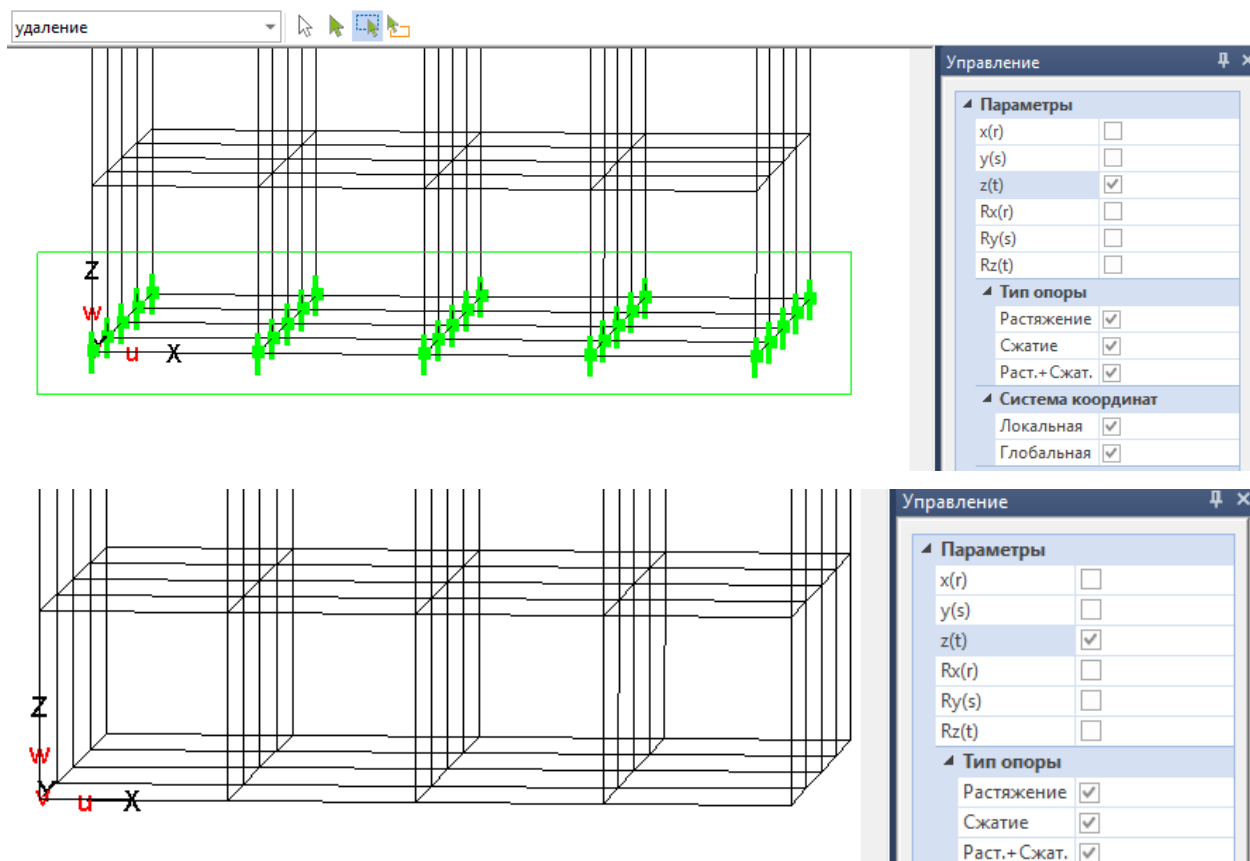
Теперь изменим граничные условия. Переходим на вкладку «Связи» - «Узловые опоры» - «удаление».



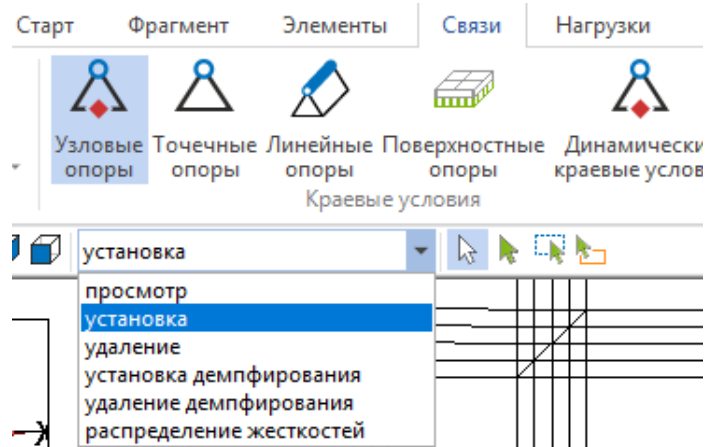
Удалим связи x , y с внутренних узлов грани.



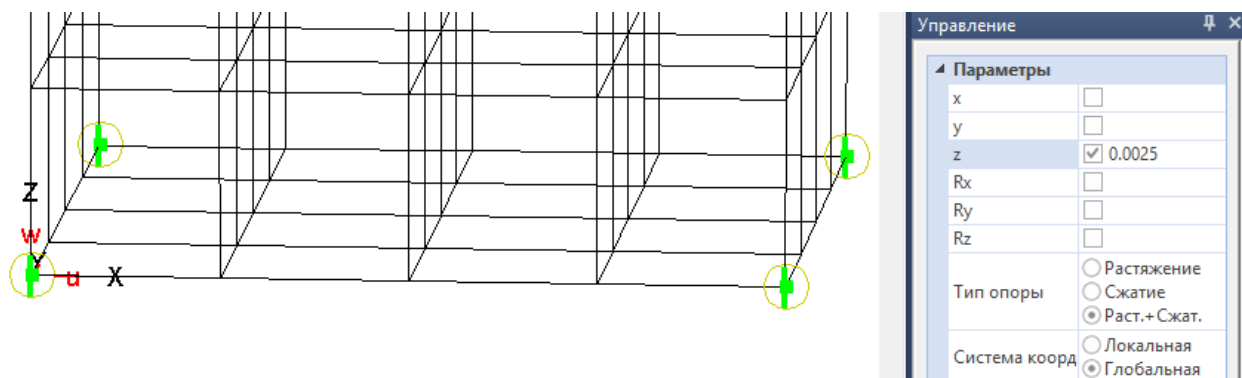
И также удаляем все связи по z.



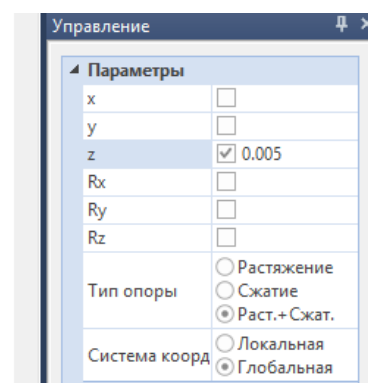
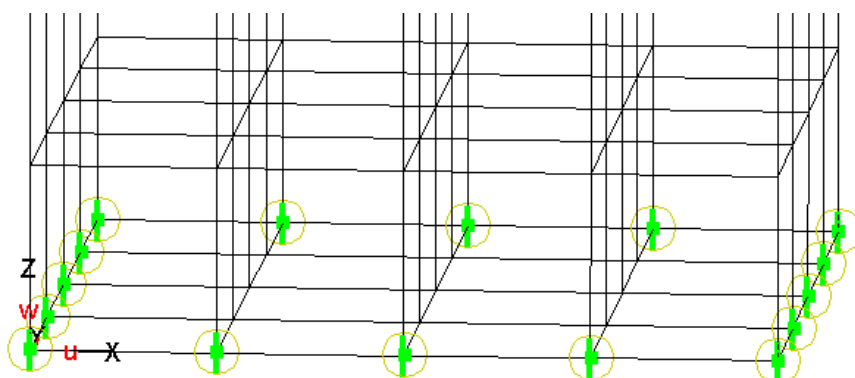
Теперь переключаемся на «установка».



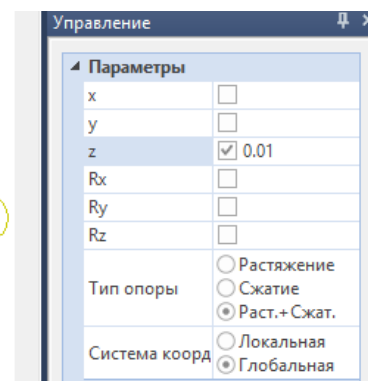
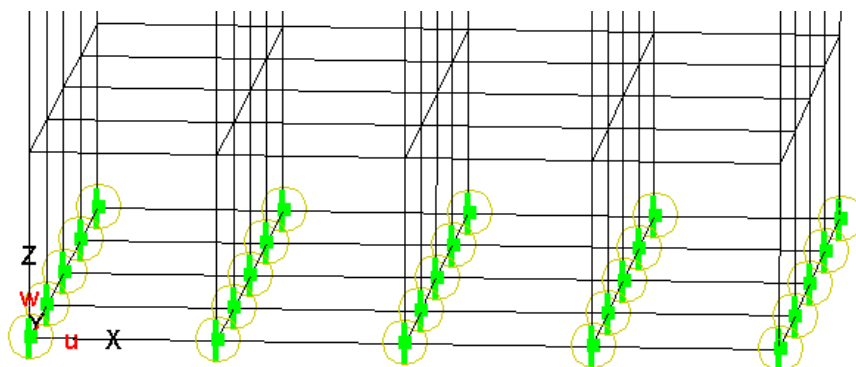
На угловые узлы назначаем связи по z с жесткостью 0.0025 кН/м.



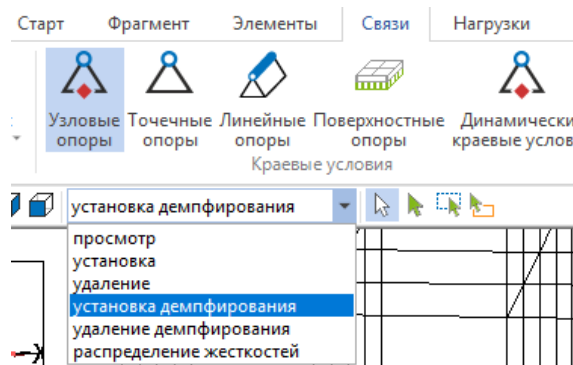
На остальные узлы по периметру грани, кроме угловых, назначаем связи по z с жесткостью 0.005 кН/м.



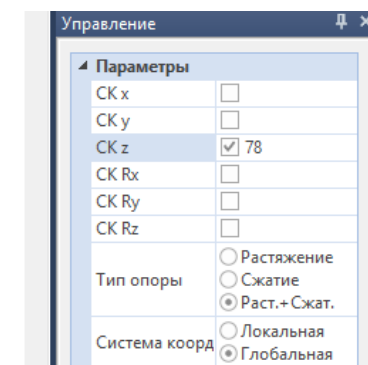
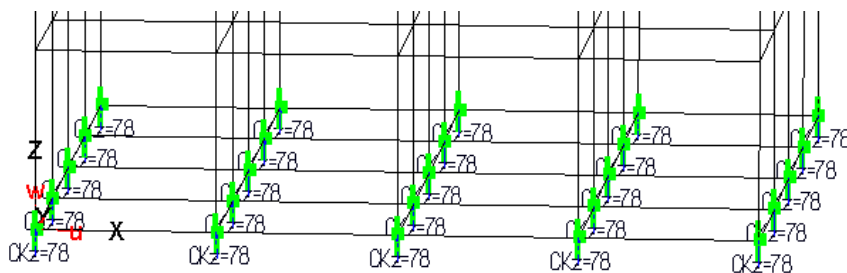
И на оставшиеся центральные узлы нижней грани назначаем связи по z с жесткостью 0.01 кН/м.



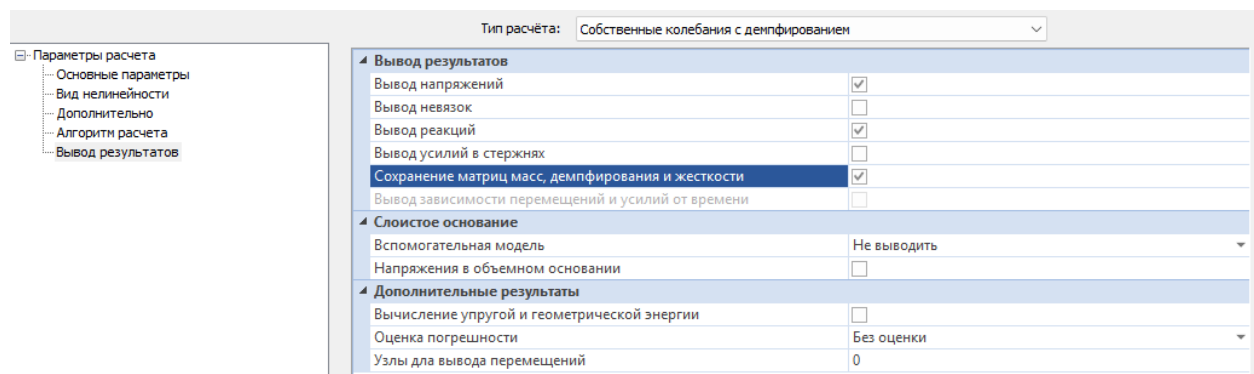
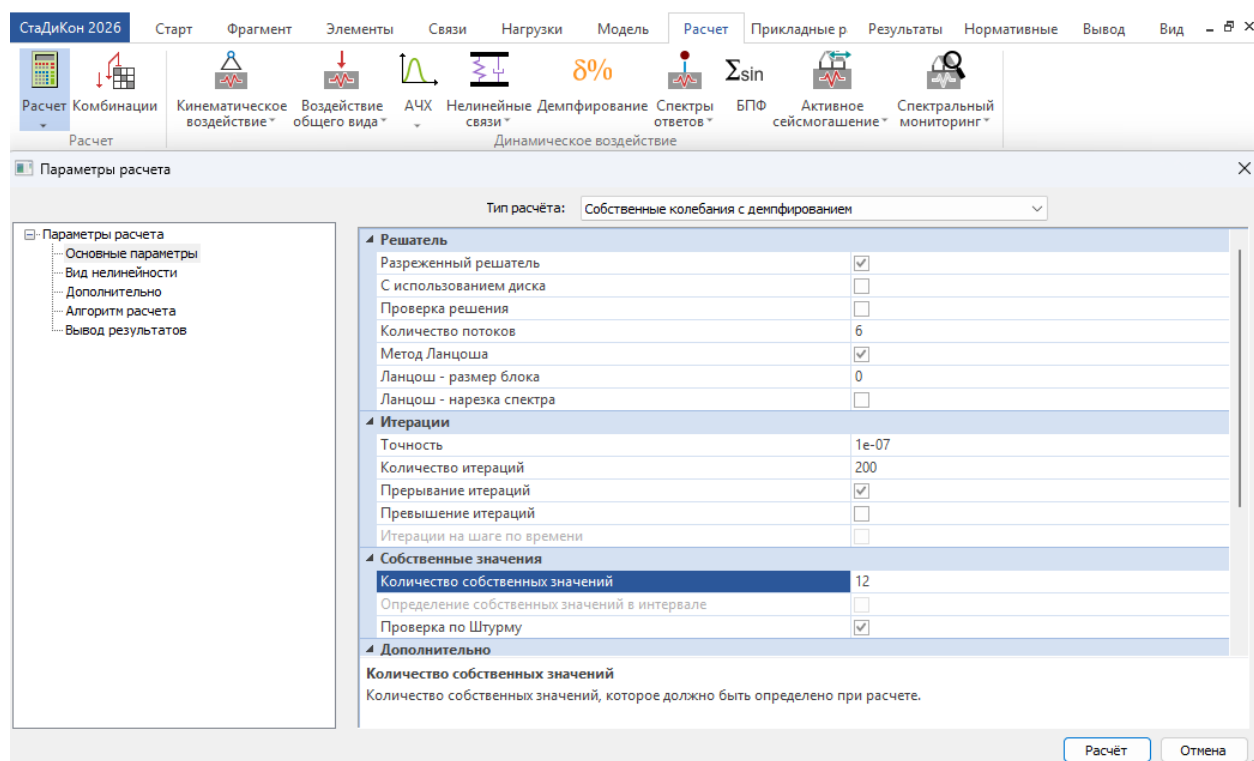
Далее переключаемся на «установка демпфирования».



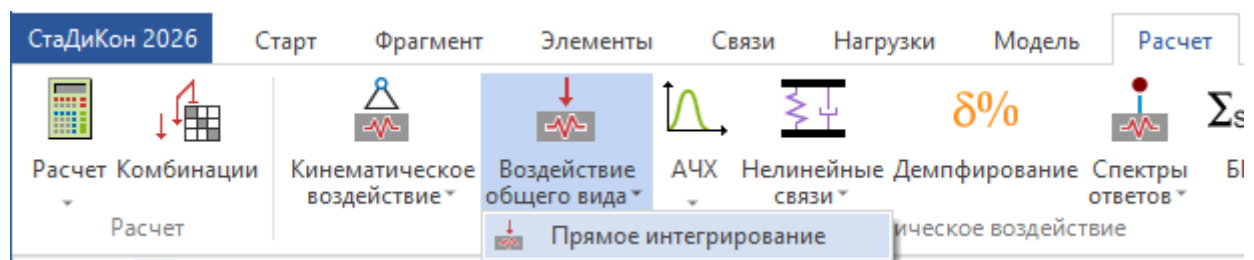
И на все узлы нижней грани устанавливаем коэффициент демпфирования для жесткости по z равный 78.



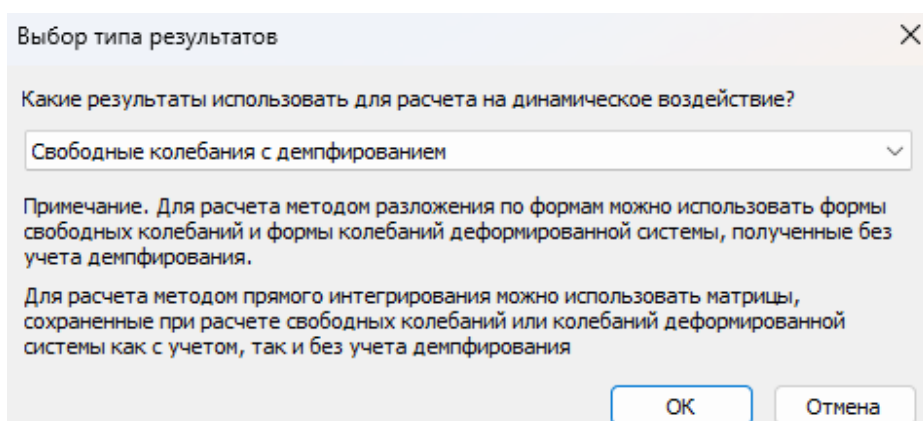
Теперь переходим на вкладку «Расчет» и выбираем «Расчет». Тип расчета – «Собственные колебания с демпфированием». Устанавливаем «Количество собственных значений = 12». Проверяем, чтобы был включен «Метод Ланцоша» и также «Сохранение матриц масс, демпфирования и жесткости».



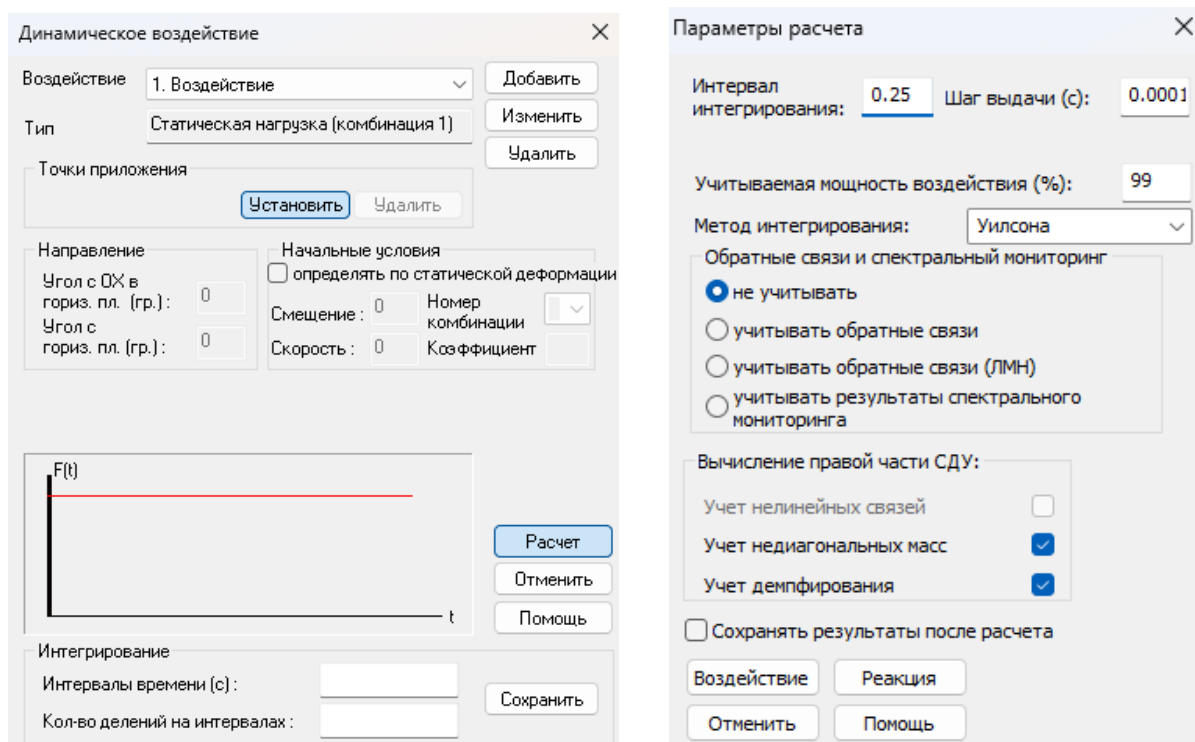
Запускаем расчет. После расчета выбираем «Расчет» - «Воздействие общего вида» - «Прямое интегрирование».



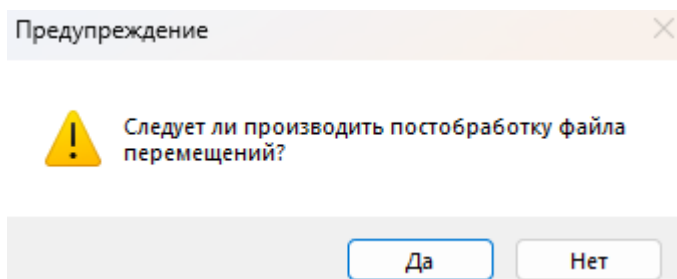
В качестве типа результатов устанавливаем «Свободные колебания с демпфированием».



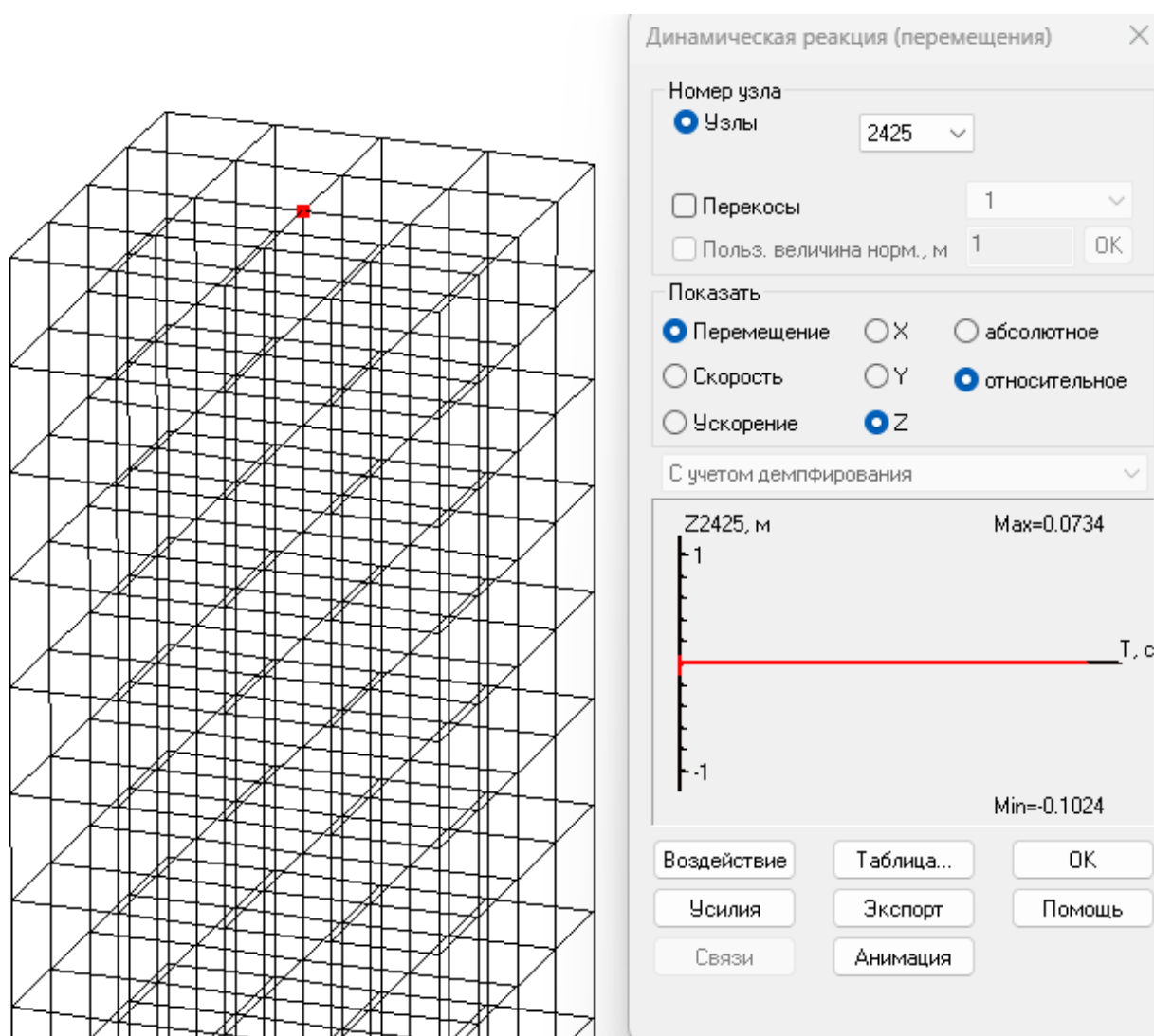
Оставляем такое же воздействие и нажимаем на «Расчет». Параметры оставляем такие же и нажимаем на «Реакция».



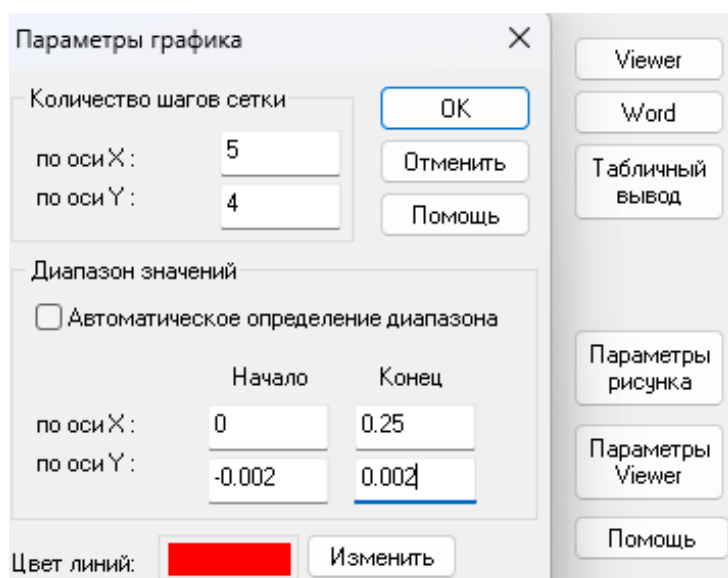
В предупреждении выбираем «Да».



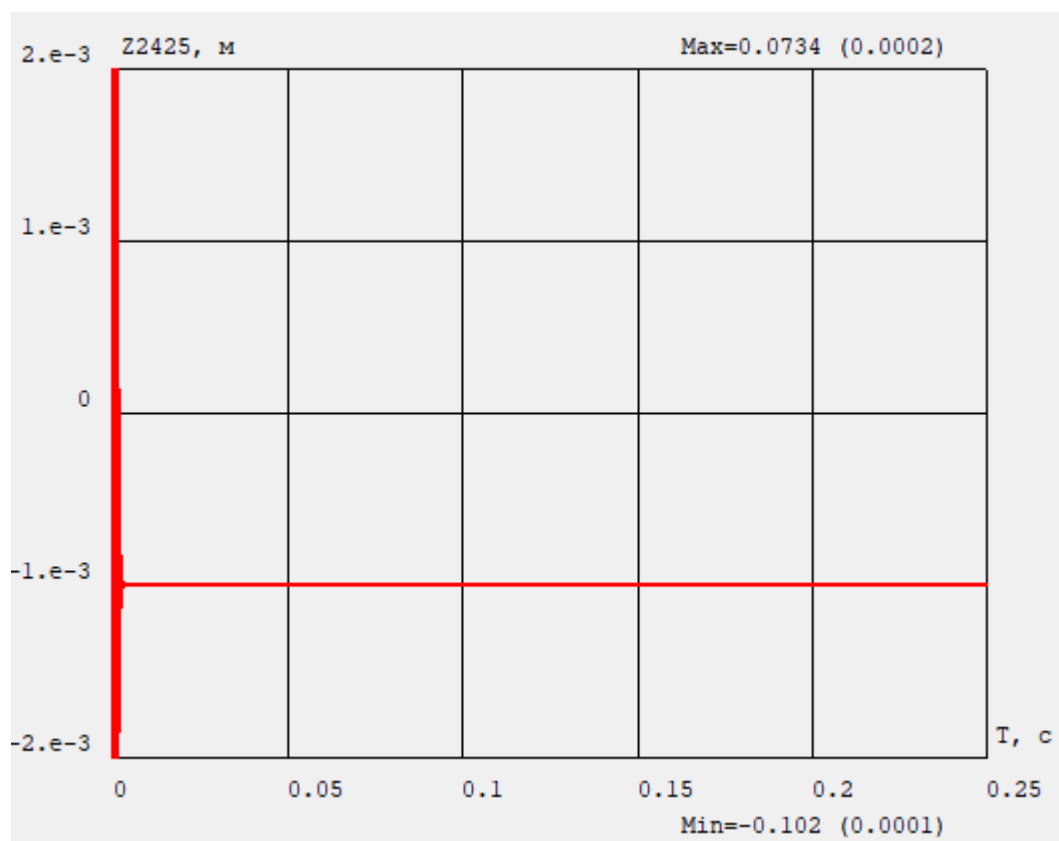
Выбираем центральный узел на верхней грани (0.125, 0.125, 10). Устанавливаем на показ перемещений по z.



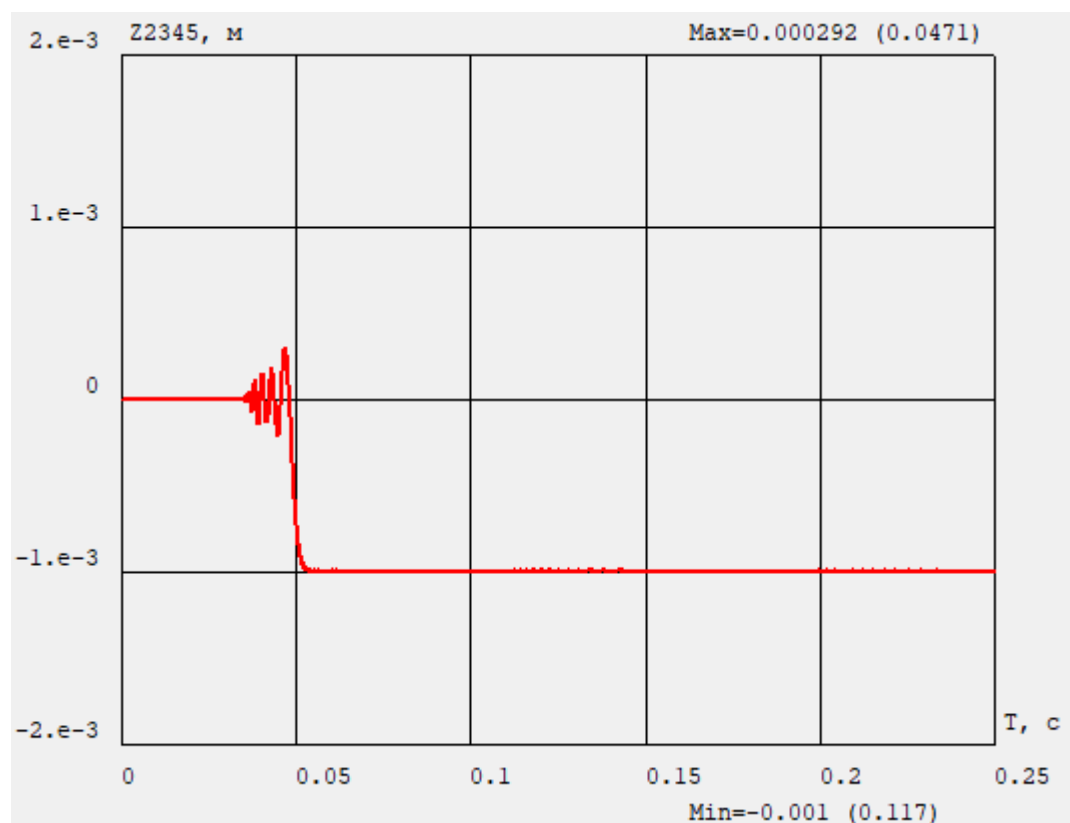
Двойным кликом открываем график. Нажимаем на «*Параметры рисунка*» для редактирования отображения. Устанавливаем следующие значения.



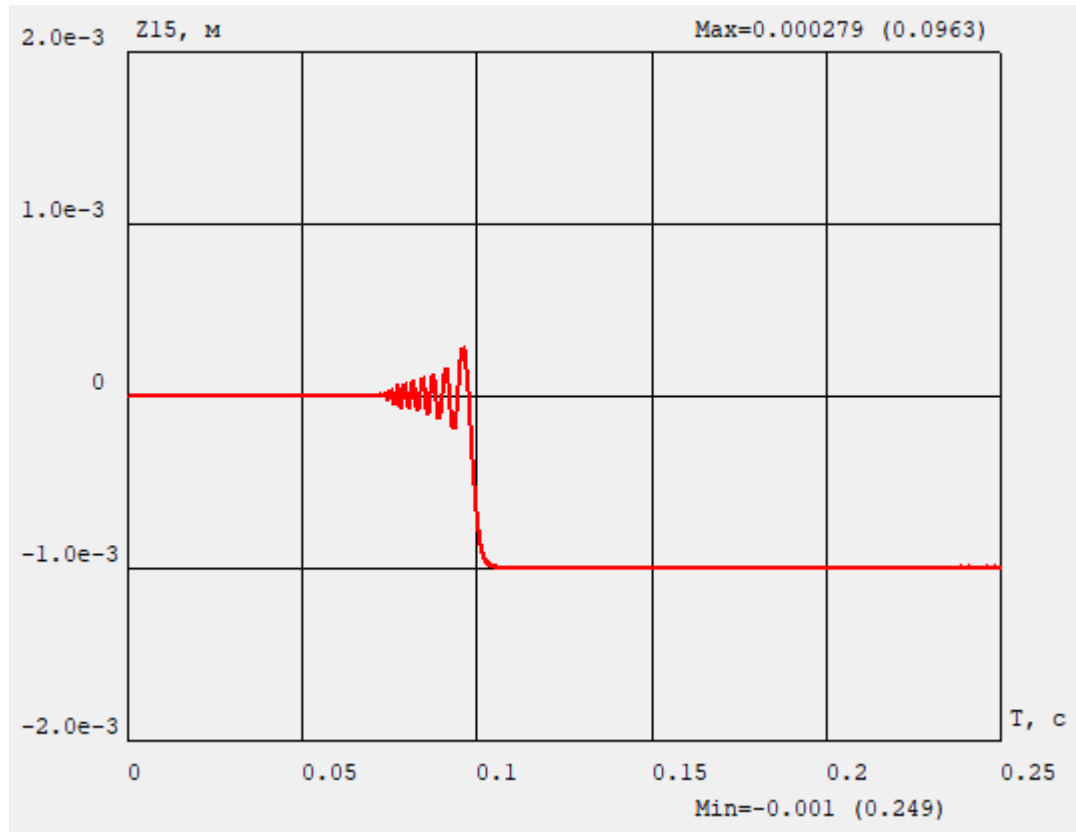
Получаем следующий график перемещений по z для верхней грани.



Далее выбираем центральный узел посередине колонны (0.125, 0.125, 5). Получаем для него следующий график. Теперь видно, что волна доходит до узла и далее поглощается без отражения.



И также график для центрального узла нижней грани (0.125, 0.125, 0).



4. Анализ результатов

Скорость распространения волны V_p в ограниченной одномерной среде вычисляется следующим образом:

$$V_p = \sqrt{\frac{E_{oed}}{\rho}},$$

Где
$$E_{oed} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Учитывая заданные свойства материала, вычисленная скорость распространения волны $V_p = 100 \text{ м/с}$.

То есть, чтобы волна дошла до середины модели (5м) и до основания (10м) необходимо 0.05с и 0.1с соответственно. Данные значения подтверждаются полученными результатами в ходе расчетов.

Коэффициент демпфирования для жесткости был выбран не просто так. Он рассчитывался из формулы:

$$C = A\sqrt{E\rho} \left[\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}} \right],$$

Где A – площадь основания ($0.25\text{м} * 0.25\text{м} = 0.0625\text{м}^2$).

Данное значение распределенного демпфирования на площадь $C \approx 11.875 \frac{\text{кН}\cdot\text{с}}{\text{м}}$.

На нижней грани у нас 25 опор, при этом 4 из них с жесткостью 1/4 от полной, 12 из них с половинной жесткостью и 9 опор с полной жесткостью. Итого 16 опор с полной жесткостью. Поэтому для определения демпфирования на опору полученное значение C делим на число опор равное 16 ($\frac{11.875}{16} \approx 0.742 \frac{\text{кН}\cdot\text{с}}{\text{м}}$). И далее разделим полученное значение на заданную жесткость опорам (0.01 кН/м). Получается $\frac{0.742}{0.01} = 74.2 \text{ с}$.

Но при данном коэффициенте демпфирования получались несколько неточные результаты, приведенные ниже на примере средней грани. Заметно, что волна не полностью была поглощена демпфированием и оказала эффект при обратном возвращении. Поэтому итоговый коэффициент был несколько скорректирован и принят равным 78 с.

